

مکاتبات فرگه و راسل*

ترجمه‌ی ساجد طیبی

sadjad.tayebi@gmail.com

چکیده. در این مقاله ۲ نامه‌ی ابتدایی از ۲۰ نامه‌ی فرگه و راسل ترجمه شده است. ابتدائاً مقدمه‌ی ویراستار کتاب، Brian McGuinness، بر بخش راسل-فرگه را می‌خوانیم. در شماره‌های بعدی مجله به باقی نامه‌ها خواهیم پرداخت.

۱. مقدمه‌ی ویراستار

برتراند راسل (۱۸۷۲-۱۹۷۰) از ۱۹۰۲ تا ۱۹۱۲ با فرگه مکاتبه داشت، گرچه بیشتر مکاتبات مربوطاند به سال‌های ۱۹۰۲-۴. مکاتبات با اعلام آن چه امروزه به‌عنوان پارادوکس راسل شناخته می‌شود توسط راسل آغاز می‌شوند، و بیشتر آنها ناظراند بر راه‌حل‌های مختلفی که راسل برای پارادوکس پیش می‌نهد و فرگه آن‌ها را رد می‌کند. اما در آن‌ها به اغلب مفاهیم محوری فلسفه‌ی زبان فرگه نیز پرداخته می‌شود: مفاد و مرجع، شیء و مفهوم، صدق و کذب، جمله ورده. راسل زمانی پارادوکس را کشف کرد که مهم‌ترین اثر فرگه در شرف اتمام بود: در آستانه‌ی انتشار جلد II قوانین پایه‌ای‌اش. آثار اصلی راسل هنوز منتشر نشده بود: او در زمان این کشف به آماده‌سازی اصول ریاضیات برای انتشار مشغول بود. تمام نامه‌های راسل به فرگه به زبان آلمانی نوشته شده‌اند. دست‌کم یک نامه که در سال ۱۹۱۲ نوشته شده است امروز مفقود شده. نامه‌ی اول راسل (نامه ۱ در ادامه) و جواب مشهور فرگه به آن (نامه ۲) پیش از این به انگلیسی منتشر شده‌اند. ر.ک. به

Jean van Heijnoort (ed.) (1967) *From Frege to Gödel: A Source Book in Mathematical Logic, 1879-1931*. Cambridge. Mass. 1967.

از میان تمام نامه‌های فرگه به راسل، تنها اصل نامه‌ی آخر (نامه بیستم) باقی مانده است. راسل، بر این اساس که آن را کاملاً شخصی می‌دانسته، آن را پیش خودش نگاه داشته بوده است. باقی نامه‌ها برای شولز^۱ فرستاده شده بودند و اکنون تنها فتوکپی آن‌ها در اختیار است.

۲. نامه‌ی اول: راسل به فرگه

فرایدرز هیل

هسلمر

۱۹۰۲/۰۶/۱۶

همکار عزیز،

یک سال و نیم است که با قوانین پایه‌ای حساب شما آشنا هستم؛ اما اکنون بالاخره توانستم فرصتی را که قصد داشتم صرف مطالعه کامل آثارتان کنم به دست آورم. در تمام نکات اصلی با شما کاملاً موافقم، علی‌الخصوص در مورد ردیه شما بر هر گونه عنصر روان‌شناختی در منطق، و اهمیتی که قائل‌اید برای نمادگذاری مفهومی در مبانی حساب و مبانی منطق، که البته به دشواری قابل تمییزند. در امور متعددی درباره جزئیات، در آثار شما به مباحث، تمایزها، و تعریف‌هایی برمی‌خورم که جست‌وجوی

*این نوشته ترجمه‌ی بخشی از کتاب زیر است:

Frege, G. (1980) *Philosophical and Mathematical Correspondence of Gottlob Frege*. University of Chicago Press.

¹H. Scholz

آن‌ها در آثار دیگر منطق دانان بی‌فایده است. مشخصاً راجع به توابع (بخش ۹ از مفهوم‌نگاشت شما) مستقلاً به نظرات مشابهی حتی در جزئیات رسیده‌ام. تنها در یک مورد به مشکل برخوردیم. شما می‌گویید (ص. ۱۷) که تابع نیز می‌تواند چونان عنصری نامتعین عمل کند. این چیزی است که در گذشته به آن باور داشتم، اما در حال حاضر به دلیل این تناقض برایم محل تردید است: فرض کنید w محمول معمولی غیرقابل حمل بر خود بودن باشد. آیا w می‌تواند بر خودش حمل شود؟ از هر پاسخی نقیض آن نتیجه می‌شود. بنابراین، باید نتیجه بگیریم که w محمول نیست. به همین ترتیب، هیچ رده‌ای (به‌مثابه یک کل) وجود ندارد که شامل رده‌هایی باشد که، به مثابه یک کل، عضوی از خودشان نیستند. از این نتیجه می‌گیرم که در شرایطی خاص مجموعه‌ای تعریف‌پذیر تشکیل یک کل نمی‌دهد.

من در حال تکمیل کتابی درباره اصول ریاضیات‌ام و مایل‌ام در آن مفصلاً راجع به آثار شما بحث کنم. کتاب‌هایتان را یا دارم یا به زودی تهیه خواهم کرد؛ اما بسیار سپاس‌گزار می‌شوم اگر رونوشت مقالاتتان در نشریات مختلف را برایم ارسال کنید. با این حال، اگر این کار مقدور نباشد، آن‌ها را از کتابخانه‌ای به دست خواهم آورد.

هنوز تا بررسی دقیق منطق در حوزه پرسش‌های اساسی‌ای که نمادها برایشان بسنده نیست راه درازی باقی مانده است. در دوره حاضر آثار شما بهترین موردی است که می‌شناسم، و به این دلیل است که به خود اجازه دادم احترام عمیق‌ام را به شما اظهار کنم. بسیار مایه‌ی تأسف است که مجال انتشار جلد دوم قوانین پایه‌ای خود را نیافته‌اید؛ با این حال، امیدوارم این اتفاق روزی رخ دهد.

با احترام،
برتراند راسل

تناقض فوق را با نمادهای پئانو چنین می‌توان بیان کرد:

$$w = cls \cap x \ni (x \sim \varepsilon x) \cdot \supset : w \varepsilon w \cdot = \cdot w \sim \varepsilon w. ^1$$

۳. نامه‌ی دوم: راسل به فرگه

ینا

۱۹۰۲/۰۶/۲۲

همکار عزیز،

بابت نامه‌ی جالب توجه مورخ ۱۶ ژوئن ۱۹۰۲ سپاس‌گزارم. از این که درباره‌ی بسیاری نکات با من موافق آید و از این که قصد دارید مفصلاً راجع به کار من بحث کنید خوشحال‌ام. به درخواست شما رونوشت‌های این مقالات را ارسال می‌کنم:

(۱) «توضیحات انتقادی ...»^۲

(۲) «در باب نمادگذاری پئانو ...»^۳

(۳) «در باب مفهوم و شیء»^۴

(۴) «در باب مفاد و مرجع»^۵

(۵) «در باب نظریه‌های صوری حساب»^۶

پاکتی خالی دریافت کرده‌ام که به نظر آدرس آن به خط شماست. گمان می‌کنم قصد داشته‌اید چیزی را برایم بفرستید، اما تصادفاً مفقود شده است. اگر چنین است، از لطف‌تان ممنونم. رویه‌ی پاکت را برایتان ارسال می‌کنم.

^۱ این فرمول می‌گوید که اگر w رده‌ی x ‌هایی باشد که $x \notin x$ ، آن‌گاه $w \in w \leftrightarrow w \notin w$.

^۲ (1895) A Critical Elucidation of some Points in E. Schroeder's *Algebra der Logik*, in *Translations from the philosophical writings of G. Frege*, 2nd ed. (Oxford 1960), pp. 86-106.

^۳ (1897) On Herr Peano's Begriffsschrift and My Own, in *Australian Journal of Philosophy* XLVII (1969), pp. 1-14.

^۴ (1892) On Concept and Object, as for 1, pp. 42-55.

^۵ (1892) On Sense and Reference, as for 1, pp. 56-78.

^۶ (1886) On Formal Theories of Arithmetic, in *On the Foundations of Geometry and Formal Theories of Arithmetic* (London and New Haven 1971), pp. 141-153.

اکنون که مفهوم‌نگاشت را دوباره می‌خوانم، می‌بینم که راجع به برخی نکات تغییر عقیده داده‌ام، کمابیش که اگر خودتان آن را با قوانین پایه‌ای حساب مقایسه کنید متوجه خواهید شد. لطفاً در ص. ۷ مفهوم‌نگاشت پاراگرافی را که با «ما به همین سادگی» شروع می‌شود حذف کنید، چرا که نادرست است. مع‌ذک، این خطا هیچ تالی فاسدی برای بقیه محتوای کتاب من ندارد.^۱

تناقضی که کشف کرده‌اید چنان مرا شگفت‌زده کرده است که قابل بیان نیست، و مایل‌ام بگویم که بهت‌زده‌ام کرده است، چرا که بنیادی را که در پی بنای حساب بر آن بودم به لرزه درآورده است. فلذا به نظر می‌رسد که تبدیل عمومیت یک این‌همانی به این‌همانی گستره‌های مقادیر (بخش ۹ قوانین پایه‌ای من) همواره مجاز نیست، و این که قانون ۷ من (بخش ۲۰، ص. ۳۶) نادرست است، و این که توضیح من در بخش ۳۱ برای به دست دادن مرجعی برای ترکیب نشانه‌ها، در همه موارد کفایت نمی‌کند. باید تأمل بیشتری در این باره بکنم. موضوع حتی جدی‌تر است، چرا که به نظر می‌رسد فروپاشی اصل ۷ من نه تنها مبانی من برای حساب، بلکه تنها مبانی ممکن برای حساب را ویران می‌کند. و مع‌ذک فکر می‌کنم باید بتوان قیودی بر تبدیل عمومیت یک این‌همانی به این‌همانی گستره‌های مقادیر وضع کرد بی آن که بخش‌های اساسی برهان‌های من متأثر شوند. با این حال، کشف شما، گرچه در نگاه اول ممکن است ناخوش‌آیند به نظر برسد، کشفی چشم‌گیر است که چه بسا به پیش‌رفتی عظیم در منطق بیانجامد.

در ضمن به نظرم عبارت «محمولی بر خودش حمل می‌شود» دقیق نیست. یک محمول علی‌القاعده تابعی مرتبه اول است و این تابع نیازمند یک شیء به عنوان آرگومان است و لذا آرگومان (موضوع) اش نمی‌تواند خودش باشد. بنابراین من ترجیح می‌دهم بگویم: «یک مفهوم بر مصداق خودش حمل می‌شود»؛ اگر تابع $\Phi(\xi)$ یک مفهوم باشد، من با « $\Phi(\varepsilon)$ » به مصداق (یا رده‌ی متناظر) آن اشاره می‌کنم (گرچه البته اکنون راجع به توجیه این موضوع تردید دارم). بنابراین « $\Phi(\Phi(\varepsilon))$ » یا « $\Phi(\Phi(\varepsilon)) \cap \Phi(\varepsilon)$ » حمل مفهوم $\Phi(\xi)$ است بر مصداق خودش.

جلد دوم قوانین پایه‌ای به زودی منتشر خواهد شد. لازم است ضمیمه‌ای به آن اضافه کنم که در آن به کشف شما چنان که در خور آن است پردازم. خود اگر دریابم نحوه درست پرداختن به آن چیست!

با احترام،
گ. فرگه

^۱ این اشتباه در نخستین جمله این پاراگراف است، جایی که فرگه توضیح می‌دهد که فرمول «موردی را که در آن B تصدیق شده است، ولی A و Γ انکار شده‌اند انکار می‌کند» (مفهوم‌نگاشت، بخش ۵، ص. ۷). ارنست شرودر (Ernst Schröder) نیز پیش از آن در ص. ۸۸ از نقدش بر مفهوم‌نگاشت در *Zeitschrift für Mathematik und Physik* 25(1880), pp. 81-94. این اشتباه را متذکر شده بود. شرودر این حدس معقول را مطرح می‌کند که فرگه در تبدیل یک عبارت به نمادگذاری مفهومی‌اش که باید به

$$non(non(B \text{ et } nonA)) \text{ et } non\Gamma$$

ختم می‌شد، سهواً نشانه نفیض دوم را از قلم انداخته است. توضیح هوسرل درباره این قطعه، آن طور که در گزارش آی. آنجلی (I. Angelelli) آمده، کمتر روشن است: ر.ک. به ضمیمه II [با عنوان]

Husserls Anmerkungen zur 'Behriffsschrift'