

معرفی کتاب: دوره‌ای مقدماتی در مورد خمینه‌های هموار

سامان حبیبی اصفهانی

ابعاد بالاتر را مسلم ساخت. در سال‌های ۱۸۳۰ تا ۱۸۴۰ تلاش‌های گسترده‌ای برای فهمیدن این هندسه صورت گرفت از جمله محاسبه حجم کره n -بعدی توسط ژاکوبی، با این حال هنوز زبان مناسبی برای مطالعه این ساختارها شکل نگرفته بود.

اولین تلاش‌ها برای یافتن مناسب توسط گراسمان (۱۸۴۴)، با ارائه برنامه‌ای صریح برای استوار ساختن هندسه n -بعدی بر یک پایه استوار انجام شد. سایر هندسه‌دانان نامی مثل کوشی، گاوس و ریمان نیز شروع به کشف و استفاده از هندسه n -بعدی کردند هر چند تلاش‌های (ریاضی) آن‌ها بیشتر به زیر فضاهای آفین محدود ماند. ریمان در سخنرانی معروف خود (۱۸۵۴) حداقل در سطحی فلسفی، مفهومی برای یک خمینه n -بعدی ارائه کرد. این سخنرانی را می‌توان نقطه شروعی برای تئوری خمینه‌ها دانست.

با گذشت سال‌ها فهم ریاضی‌دانان از خمینه‌ها بسیار تغییر کرده است. اما با این حال این رشته دارای یک پیچیدگی ذاتی است بطوریکه هنوز برخی از سوال‌های بسیار طبیعی بی پاسخ باقی مانده‌اند.

کتاب "دوره‌ای مقدماتی در مورد خمینه‌های هموار" که کتابی مناسب برای شروع مطالعه این رشته است را می‌توان به چهار بخش تقسیم کرد:

مطالعه نقطه‌وار، در این بخش ساختار جبر تانسوری فضاهای

به مناسبت چاپ شدن کتاب "دوره‌ای مقدماتی در مورد خمینه‌های هموار" نوشته سیاوش شهشهانی جالب دیدیم به مروری کوتاه بر تاریخچه این موضوع و به طور خاص به این کتاب بپردازیم. شاید این تصور که دنیای اطرافمان چیزی شبیه به \mathbb{R}^3 است، همانقدر ساده انگارانه باشد که بپنداریم زمینی که روی آن زندگی می‌کنیم موجودی شبیه به \mathbb{R}^2 است. در واقع شباهت کره زمین با صفحه یا شباهت کلهکشان آنطور که آن را می‌بینیم با \mathbb{R}^3 یک شباهت موضعی است، به این معنی که اگر فقط شعاع کمی از اطرافمان را ببینیم تفاوت چندانی با زمانی که روی یک صفحه تخت فرضی ایستاده‌ایم (یک روی یک نقطه در \mathbb{R}^3) نخواهیم یافت. این گونه موجودات که موضعا شبیه به یک فضای اقلیدسی n -بعدی هستند، را خمینه n -بعدی می‌نامیم، هرچند شاید به طور سرتاسری بسیار متفاوت با \mathbb{R}^n باشند، همانطور که کره بسیار با صفحه متفاوت است. این تنوع در ابعاد بالاتر به شدت افزایش یافته بطوریکه لیست کردن خمینه‌های n -بعدی برای $n > 3$ ممکن نیست. مطالعه این ساختارهای هندسی موضوع مورد مطالعه هندسه‌دانان است.

اولین گام‌ها به سمت فهم و تعمیم هندسه به ابعاد بالاتر و فضاهای غیر اقلیدسی در اوائل قرن ۱۹م رخ داد. با این که پیش از این لاگرانژ از بعد چهارم برای نمایش زمان استفاده کرده بود (۱۷۸۸) اما شاید مطالعه تحلیلی سیستم‌های دینامیکی ظاهر شده در مکانیک کلاسیک، اولین موردی بود که لزوم تعمیم هندسه به

خطی و نگاشت‌های میانشان مطالعه می‌شود. این بخش روایت اتفاقی است که می‌تواند در فضای مماس بر یک نقطه در یک خمینه روی دهد.

مطالعه موضعی، در این قسمت نه تنها به یک نقطه، بلکه به نقاط نزدیک به آن در خمینه نیز نگاه خواهیم کرد. این نگاه به ما این امکان را می‌دهد تا مفهوم مشتق را برای نگاشت‌های میان خمینه‌ها تعمیم دهیم.

مطالعه سرتاسری، در این قسمت خمینه به عنوان موجود واحد بررسی می‌شود. قسمت عمده این بخش به مطالعه‌های کلاف‌های

روی خمینه‌ها می‌گذرد. ساختارهای هندسی، در بخش پایانی مطالعه ساختارهای هندسی روی خمینه به کمک معرفی اتصال روی فضای مماس خمینه به عنوان ابزاری برای تعریف مفهوم مشتق دوم صورت می‌گیرد. رویکرد کتاب رویکردی اصل موضوعی، مجرد و با دقت ریاضی فراوان است و کمتر مایل به اتکا به شهود و تصویر هندسی است. کتاب دارای مسیری منطقی بوده و ناپیوستگی‌ای از نقطه اولیه تا پایان آن حس نمی‌شود.