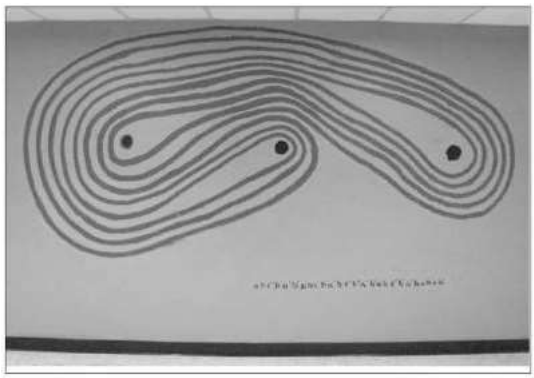
رد قطار چیست؟ [1]

لی موشر
ترجمه: علی کمالی‌نژاد

ردهای قطار، روی رویهٔ S، خم‌های بسته ساده را همان گونه تقریب می‌زنند که خارج قسمت‌های جزئی کسرهای مسلسل، عددهای گویا را تقریب می‌زنند. روی کره ۴-سوراخه، خم بسته ساده شکل ۱ که در حدود سال ۱۹۷۲، توسط ویلیام پ. ترستن و دنیس سالیوان روی دیوار گروه ریاضی دانشگاه برکلی ترسیم شده است، به وسیلهٔ رد قطار نمایش داده شده در شکل ۲، تقریب زده می‌شود.

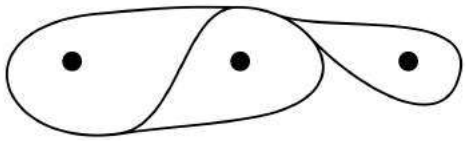


شکل ۱: تصویر کشیده شده روی دیوار تالار ایونس دانشگاه برکلی

برای تجسم این تقریب، چشمان خود را به گونه‌ای تار کنید که رشته‌های موازی خم مورد نظر، در شاخه‌های رد قطار ادغام و رشته‌های دور شونده در محل تعویض‌های رد قطار، جدا شوند. ردهای قطار توسط ترستن در اواخر دهه ۱۹۷۰ به عنوان یک ابزار مطالعهٔ خم‌های بسته ساده و ساختارهای مرتبط با آن‌ها روی رویه‌ها، معرفی شدند.

در حالت کلی رویه S باید از نوع متناهی باشد— یک رویه فشرده، همبند، جهت‌دار، احیاناً با تعدادی متناهی سوراخ. خم‌های بسته ساده روی S که مطالعه می‌کنیم، آن‌هایی هستند که اساسی‌اند، به این معنی که هر قرصی که توسط آن‌ها محدود می‌شود، حداقل دارای دو سوراخ است. دو خم بسته ساده اساسی، یکسان در نظر گرفته می‌شوند، هرگاه روی S ایزوتوپ باشند، که یعنی، از طریق خم‌های بسته ساده، هوموتوپ باشند.

[1] L. Mosher, *What Is...A Train Track?*, Notices of the American Mathematical Society. Volume 50(2003), Number 3(March), 354-356.
لی موشر مدیر گروه ریاضی و علوم کامپیوتر دانشگاه راتگرز است. آدرس رایانامه او عبارت است از mosher@andromeda.rutgers.edu.



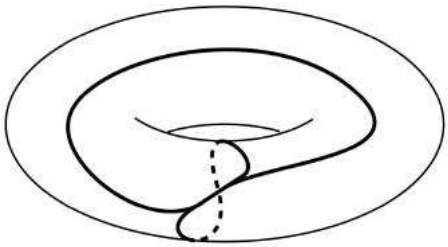
شکل ۲: مثالی از یک رد قطار روی یک کره ۴-سوراخه

یک رد قطار روی S، یک ۱-مجتمع هموار τ است که رأس‌هایش تعویض و یال‌هایش شاخه نامیده می‌شوند، به طوری که در هر تعویض s، خط مماس یکتایی وجود دارد و s در τ همسایگی بازی دارد که اجتماعی است از کمان‌های باز که به صورت هموار نشانده شده‌اند. C، تکمیل شده متریکی هر کدام از مؤلفه‌های $S-\tau$، رویه‌ای با تیزه است که "شاخص اویلر تیزه‌دار" آن باید منفی باشد، یعنی، $\chi(C) - \frac{1}{2}\#(\text{تیزه‌ها}) < 0$. شرط آخر چندین امکان را برای C ممنوع می‌کند: قرصی بدون تیزه و $g \geqslant 1$ سوراخ، قرصی بدون سوراخ با یک یا دو تیزه و طوقی بدون تیزه و سوراخ. برخی اوقات این شرایط کمی تقلیل داده می‌شوند تا اجازه دهند C یک دوضلعی، یعنی یک دیسک بدون سوراخ با دو تیزه، باشد که دارای شاخص اویلر تیزه‌دار صفر است. در حقیقت، روی یک چنبره، باید دوضلعی‌ها را بپذیریم چرا که در غیر این صورت ردهای قطار وجود نخواهند داشت.

یک خم بسته ساده γ به وسیله رد قطار τ حمل می‌شود اگر بتوان γ را ایزوتوپ شده به توی همسایگی به اندازهٔ دلخواه کوچک τ در نظر گرفت به طوری که هر خط مماس γ به اندازه دلخواه نزدیک یک خط مماس τ باشد. این شرط که هر مؤلفهٔ تکمیل شده $S-\tau$ دارای شاخص اویلر تیزه‌دار منفی (یا یک دوضلعی) باشد، نتیجه می‌دهد که هر خم بسته ساده حمل شده توسط τ روی S اساسی است. بیان این که یک خم بسته ساده به وسیلهٔ یک رد قطار حمل می‌شود مشابه بیان آن است که یک عدد گویا به وسیله یک خارج‌قسمت جزئی کسری مسلسل تقریب زده می‌شود. روی چنبره $\mathbb{T}^2 = \mathbb{R}^2/\mathbb{Z}^2$ این شباهت، همان گونه که اکنون شرح می‌دهیم، بسیار صریح است.

در حد ایزوتوپی، خم‌های بسته ساده روی $\mathbb{T}^2$ در تناظری یک به یک با گویاهای منبسط $\mathbb{Q}\cup\{\infty\}$ قرار دارند— یک عدد گویای r متناظر است با یک خم بسته ساده γ_r که به خطی در $\mathbb{R}^2$ بالا برده می‌شود که دارای شیب r است. رد قطار پایه $\tau_{[0,\infty]}$ روی $\mathbb{T}^2$ که در شکل ۳ نمایش داده شده است، از $\gamma_0 \cup \gamma_\infty$ با تخت کردن زاویه‌ها در نقطه تقاطع مورب $\gamma_0 \cap \gamma_\infty$ تا زمانی که این نقطه، خط مماس یکتایی با شیب مثبت داشته باشد، به دست می‌آید. رد قطار $\tau_{[0,\infty]}$ یک دوضلعی دارد و $\tau_{[0,\infty]}$ دقیقاً خم‌های بسته ساده γ_r با $0 \leqslant r \leqslant \infty$ را حمل می‌کند. به طور کلی، فرض کنید اعداد صحیح $a,b,c,d > 0$ به گونه‌ای باشند که $ad-bc=1$. اعداد گویای $p=\frac{c}{d} < \frac{a}{b}=q$ خم‌های بسته ساده γ_p و γ_q را روی $\mathbb{T}^2$ مشخص

می‌کنند که در یک نقطه به طور مورب متقاطع‌اند و می‌توان زاویه‌ها را در این نقطه تخت کرد تا یک رد قطار $\tau_{[p,q]}$ به دست آورد که دقیقاً خم‌های γ_r را با $p \leqslant r \leqslant q$ حمل می‌کند.



شکل ۳: مثالی از یک رد قطار روی چنبره

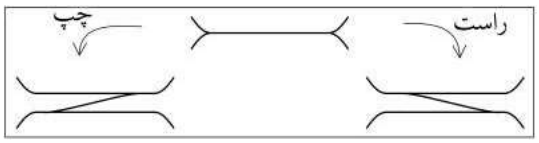
برای ایجاد هر حسی از تقریب، باید بیان کنیم که چگونه می‌توان تقریب را تظریف کرد. در ردهای قطار این کار به وسیله مفهوم شکافتن به انجام می‌رسد. با توجه به رد قطار داده شده τ، نخست مکان شکافتن در τ را در نظر بگیرید که شامل دو رشته τ است که به صورت مماس در یک نقطه و یا در طول یک کمان کوتاه، به یکدیگر می‌رسند، سپس می‌توان یک شکافتن چپ $\tau \succ \tau_L$ و یک شکافتن راست $\tau \succ \tau_R$ را به کمک مدلی که برای شکافتن در شکل ۴ به تصویر کشیده شده است، تعریف کرد. هر خم بسته ساده γ که به وسیله τ حمل شده باشد، توسط یک از τ_L یا τ_R، احتمالاً هر دو، حمل می‌شود و بنابراین می‌توان τ_L یا τ_R را به عنوان تظریف تقریب γ در نظر گرفت.

روی چنبره، اگر با $\tau_{[\circ,\infty]} = \tau_{[\frac{\circ}{1},\frac{1}{\circ}]}$ آغاز کنیم، یک شکافتن چپ، $\tau_{[\frac{1}{1},\frac{1}{\circ}]} = \tau_{[1,\infty]}$ را و یک شکافتن راست، $\tau_{[\frac{\circ}{1},\frac{1}{1}]} = \tau_{[\circ,1]}$ را به دست می‌دهد. به طور کلی، به همان صورت قبل $p = \frac{c}{d} < \frac{a}{b} = q$ را در نظر بگیرید، اگر جمع فری $r = \frac{a+c}{b+d}$ را محاسبه کنید، آنگاه $p < r < q$ و یک شکافتن راست $\tau_{[p,q]} \overset{R}{\succ} \tau_{[p,r]}$ و یک شکافتن چپ $\tau_{[p,q]} \overset{L}{\succ} \tau_{[r,q]}$ وجود دارد. خم بسته ساده γ_r با $r \in [\circ,\infty]$ را در نظر بگیرید، دنباله‌ای متناهی از شکافتن‌های $\tau_n \succ \tau_{n-1} \succ \cdots \succ \tau_1 \succ \tau_\circ = \tau_{[\circ,\infty]}$ موجود است که در آن زوجیت هر شکافتن (L یا R) به صورت استقرایی به گونه‌ای انتخاب می‌شود که هر τ_i خم γ را حمل کند. این دنباله زمانی که به رد قطار τ_n برسد که شامل نسخهٔ نشانده شده‌ای از γ_r است، متوقف می‌شود. این دنبالهٔ رد قطار، بسط رد قطار خم بسته γ_r نامیده می‌شود. به عنوان مثال بسط رد قطار $\gamma_{\circ/7}$ به صورت زیر داده می‌شود

$$\tau_{[\circ,\infty]} = \tau_{[\frac{\circ}{1},\frac{1}{\circ}]} \overset{L}{\succ} \tau_{[\frac{1}{1},\frac{1}{\circ}]} \overset{R}{\succ} \tau_{[\frac{1}{1},\frac{1}{2}]} \overset{R}{\succ} \tau_{[\frac{1}{1},\frac{2}{3}]} \overset{L}{\succ} \tau_{[\frac{3}{4},\frac{2}{3}]} \overset{L}{\succ} \tau_{[\frac{5}{7},\frac{2}{3}]} \overset{L}{\succ} \tau_{[\frac{7}{9},\frac{2}{3}]}$$

از روی دنبالهٔ LR این بسط رد قطار — L ۱، R ۲، L ۳ — می‌توان به بسط کسر مسلسل رسید $\frac{1}{2+\frac{1}{3}} + 1 = \frac{10}{7}$. همچنین، خارج‌قسمت‌های جزئی $\frac{1}{1} = 1$ و $\frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2}$ در بسط رد قطار ظاهر شده‌اند. به طور کلی،برای هر عدد گویای $r \in [\circ,\infty]$، از روی بسط رد قطار γ_r می‌توان خارج‌قسمت‌ها و بسط کسر مسلسل r را به دست آورد: از روی دنبالهٔ RL شامل $n_\circ$ L، n_1 R، n_2 L، $\cdots$ و n_k L یا R بسته به این که k زوج است یا فرد، می‌توان بسط زیر را به دست آورد

$$r = n_\circ + \cfrac{1}{n_1 + \cfrac{1}{n_2 + \cfrac{1}{\cdots + \cfrac{1}{n_k}}}}$$



شکل ۴: شکافتن

واژه‌نامهٔ بین بسط‌های رد قطار و بسط‌های کسر مسلسل را می‌توان بسیار بیشتر توسعه داد. ترستن کشف کرد که به همان ترتیبی که اعداد گویای منبسط $\mathbb{Q} \cup \{\infty\}$ را می‌توان به وسیلهٔ فشرده‌سازی که نسبت به عمل خطی کسری گروه مدولی $SL(2,\mathbb{Z})$ طبیعی است، به اعداد حقیقی منبسط $\mathbb{R} \cup \{\infty\}$ کامل کرد، مجموعهٔ رده‌های ایزوتوپی خم‌های بسته ساده اساسی روی یک رویه نوع-منتهی S را می‌توان به وسیلهٔ فشرده‌سازی که نسبت به عمل گروه رده نگاشتی $\mathcal{MCG}(S)$ طبیعی است، به فضای لایه‌بندی‌های اندازه‌دار تصویری $\mathcal{PML}(S)$ کامل کرد [۱]. برخی از نتایج درباره بسط‌های رد قطار لایه‌بندی‌های اندازه‌دار روی S در [۳] شرح داده شده‌اند و شرح همراه با جزئیات این نظریه را می‌توان در [۲] یافت. به عنوان مثال، همان طور که اعداد گنگ به صورت یک به یک متناظرند با کسرهای مسلسل نامتناهی، لایه‌بندی‌های اندازه‌دار تصویری که همگی برگ‌هایشان خم‌های بسته نیستند به صورت یک به یک متناظراند با بسط‌های رد قطار نامتناهی که در برخی شرایط خفیف ترکیبیاتی صدق می‌کنند. همچنین می‌توان از بسط‌های رد قطار استفاده کرد تا خصوصیات ظریف‌تری از یک لایه‌بندی اندازه‌دار مانند "غیرگویایی" را نمایان ساخت، که به این معناست که لایه‌بندی، کل رویه را پر می‌کند.

یکی از کاربردهای این واژه‌نامه، مطالعهٔ رده‌بندی ترستنِ رده‌های نگاشتی روی S است [۱]. مجموعه نقاطی در $\mathbb{R} \cup \{\infty\}$ که به وسیله عناصر آنوزوف $SL(2,\mathbb{Z})$ ثابت نگه داشته می‌شوند، دقیقاً گنگ‌های درجه دوم هستند، که دقیقاً اعدادی هستند که بسط کسر مسلسل آن‌ها نهایتاً متناوب است. علاوه بر این، این دوره تناوب را می‌توان برای رده‌بندی عناصر آنوزوف $SL(2,\mathbb{Z})$ در حد تزویج، به کار برد. مجموعه نقاطی در $\mathcal{PML}$ که به وسیلهٔ عناصر شبه-آنوزوف $\mathcal{MCG}$ ثابت نگه داشته می‌شوند را می‌توان از طریق رفتار

تناوبی بسط‌های رد قطارشان مشخص کرد و این داده‌های تناوبی را می‌توان برای رده‌بندیِ رده‌های نگاشتی شبه-آنوزوف در حد تزویج، به کار برد.

مراجع

[۱] A. CASSON and S. BLEILER, *Automorphisms of surfaces after Nielsen and Thurston,* London Math. Soc. Student Texts, vol. 9, Cambridge University Press, 1988.

[۲] L. MOSHER, *Train track expansions of measured foliations,* preprint, http://newark.rutgers.edu/ mosher/.

[۳] R. C. PENNER and J. L. HARER, *Combinatorics of train tracks,* Ann. of Math. Stud., vol. 125, Princeton University Press, 1992.

ما و تحقیق ۱

روزبه فرهودی

چکیده

یکی از بحث‌های پردامنه و روز جامعه علمی ایران، ترسیم یک نقشه جامع پژوهشی است. این که سیاست علمی چگونه باشد و یا لزوم تخصصی شدن در زمینه‌ی خاص و برنامه‌ریزی برای خروجی‌های هدفمندتر مسایلی هستند که مطمئناً حواشی متنوعی همراه خود دارند. در این راستا یکی از میزگردهایی که آبان ماه سال گذشته (۱۳۹۱) در برنامه مجله شفاهی دانشکده ریاضی برگزار شد، درباره نحوه تحقیق کردن در دنیای ریاضی بخصوص در دوره‌های ارشد و دکتری بود. این مسأله چالشی جدی برای طرح هرگونه مسأله بعدی است زیرا در دنیای امروز عیار هر موسسه تحقیقاتی بیشتر از هر چیز دیگری، تحقیق و خروجی‌های تحقیقاتی آن است. مجری این برنامه دکتر اصفهانی‌زاده و مهمان آن دکتر مهرداد شهشهانی بودند که نظرات و تجربیات خودشان را در میان گذاشتند. البته همان طور که روال هر میزگردی است، افراد مختلفی هم نظرات و مسایل خود را بیان کردند. در پایان ذکر این نکته ضروری است که به علت پیچیدگی پیاده‌سازی سخن‌رانی و گاهی کم و زیاد کردن‌های ادبی، این نوشته به طور کامل بازتاب کننده تمام مناظرات نیست.

اصفهانی‌زاده: اوایل این جلسه دکتر علیشاهی سخنانی گفتند که فلسفه این نشست را تا حدودی روشن می‌کند. در دانشکده ریاضی مخاطب‌های اصلی مجله شفاهی اساتید دانشکده، دانشجویان دوره دکتری و تحصیلات تکمیلی و دانشجویان علاقه‌مند هستند و مهمترین دغدغه این افراد مسایل پژوهشی است، بگونه‌ای که این مسایل حتی مسایل آموزشی را تحت شعاع قرار می‌دهد. نه تنها برای دانشجویان، که برای اساتید هم مسأله پژوهش هنوز مسأله‌ای غیر بدیهی است و از این جهت اختصاص دومین نشست مجله شفاهی به مسایل پژوهشی انتخاب خوبی به نظر می‌آید. علاوه بر این، از آن‌جا که این مسایل به زودی حل نمی‌شوند و احتمالاً جلساتی در آینده هم لازم خواهند بود، دلیل خوبی است که اسم جلسه را بگذاریم ما و تحقیق شماره یک. مهمان این نشست آقای دکتر شهشهانی، انتخاب مناسبی هستند از این جهت که از استانداردهای ریاضی کاملاً خبر دارند. زیرا به نظر من ریاضیات و به خصوص ریاضیات محض ماهیتاً رشته‌ای بین‌المللی هست و حتی اگر شما در این‌جا هم کار کنید، کیفیت کار شما نهایتاً در سطح بین المللی سنجیده می‌شود. بنابراین بحث را با دکتر شهشهانی شروع می‌کنیم. آقای دکتر آیا شما مقدمه‌ای برای بحث دارید؟

شهشهانی: قبل از آن بیشتر مشخص کنید که دقیقاً راجع به چه چیزهایی می‌خواهیم صحبت کنیم.

اصفهانی‌زاده: ببینید به نظر شما کسانی که در ایران کار تحقیقاتی می‌کنند مثلاً دانشجویان دکتری، استاندارد کارشان باید در چه سطح باشد؟ به کجا باید نگاه بکنند؟ چه در کوتاه مدت برای فارغ‌التحصیلی و چه در بلند مدت در دوره استادی؟

زنگنه: من فکر می‌کنم حتی سوأل بنیادی‌تر این هست که شما چه نقدی بر تحقیق در ایران دارید؟ و آسیب‌شناسی کار تحقیقاتی در ایران چیست؟

اصفهانی‌زاده: تعدادی سوأل در دست من هست، از جمله این سوأل دکتر زنگنه و این که تحقیق چگونه باید باشد یا لزوماً هر تحقیقی به انتشار مقاله منجر می‌شود؟ چقدر نوشتن مقاله مهم است؟ چه وقت زمان مناسب برای نوشتن مقاله هست؟ و این که کار تحقیقاتی مناسب ریاضی چه چیزی است؟

شهشهانی: ببینید، جواب کلی نمی‌شود داد. ولی اول سعی کنید به یک فیلد خاص توجه کنید. در هر فیلد یک سری مسایل و موضوعاتی جالب هستند، به آن‌ها نگاه کنید و دنبالشان را بگیرد و انتظار هم نداشته باشید فوری به نتیجه برسید. باید فیلد را بفهمید و فهمیدن یک فیلد هم وقت می‌برد. طول می‌کشد تا آدم مسایل فیلد را درست بفهمد و برای همه آدم‌ها هم همین‌طور است. هرچند یک مسأله جدی این وسط هست که باید هرچه زودتر یک مقاله بنویسید. ولی به نظر من اگر از این جهت بروید، بیشتر آدم‌هایی که قوی هستند، موفق هم می‌شوند. چیز دیگری که من به نظرم می‌رسد درست هست این که، روی یک مسأله خیلی خاص و بی‌ربط فکر نکنید. مسایل اینجا، مسایل المپیاد نیست. یک فیلد هست

که می‌خواهند یک چیزی را بفهمند و این مسایل باید با تشخیص و نظر خودتان جالب باشد. علاوه بر این نترسید که راحت نظر دهید. ممکن است نظرتان غلط باشد. اگر در مورد یک موضوع نظر بدهید و بعداً بفهمید نظرتان غلط هست، طبیعتاً نظرتان را عوض می‌کنید ولی اگر نخواهید راحت نظر دهید و مستقل راجع موضوع فکر کنید، احتمال اینکه حرفتان اشتباه در آید، خیلی بیشتر می‌شود. فکر خودتان را بکنید و بگویید من از این رشته خوشم می‌آید، این جور چیزها را دوست دارم، مسایل مختلفی اطرافش است و می‌خواهم این رشته را بفهمم. درضمن اگه فیلدتان خیلی بزرگ باشد کار کردن خیلی سخت می‌شود و درنتیجه باید یاد بگیرید یک کم متمرکز شوید، برای این که تا روی یک موضوع تمرکز نکنید نتیجه‌ای بدست نمی‌آورید. بنابراین در همان جهتی که دوست دارید، مشخص کنید که من نهایتاً به فلان مسأله خیلی علاقه‌مندم منتها از اول نمی‌توانم آن را حل کنم. پس سعی می‌کنم همیشه به آن فکر کنم، یک مقدار به حواشی آن فکر کنم، مسایل مرتبط با آن و چیزهایی که شبیه آن هستند را حل کنم. همیشه یک مولفه تصادف هم در کار است و نمی‌توان پیش‌بینی کرد که چه زمانی ممکن است راه حل مسأله به ذهنتان برسد. نهایتاً در کارتان خیلی جدی و با طمأنینه باشید و به آنچه فکر می‌کنید ایمان داشته باشید. هر شخصی در وهله اول باید کار خودش را، خودش صادقانه نقد کند.

اصفهانی‌زاده: یعنی شما می‌گویید بهتر است از اول به طور مشخص روی یک مسأله خاص فکر نکنیم؟

شهشهانی: ببینید من فکر می‌کنم بهتر است یک دانشجوی دکتری قبل از این که روی یک مسأله خاص فکر کند، فیلدی مورد علاقه‌اش را به تدریج محدود کند و در آن فیلد کم‌کم مسأله بخصوصی را حل کند. مسأله خیلی خاص حل کردن اشکالش این هست که بعد از این که حل شد باید دنبال یک مسأله جدید برای حل کردن گشت. این اتفاق خوب نیست رخ دهد. من دیدم این اتفاق برای آدم‌های خیلی باهوش افتاده و واقعا زندگیشان را بهم ریخته، چون در یک فیلد نبودند که بتوانند کارشان را ادامه بدهند و تنها یک مسأله خاص حل کردند. پس یک زمینه مشخص را در نظر بگیرید و طوری به آن وارد بشوید که در آن بتوانید مرتب مسایل جدید مطرح کنید و یکی یکی دنبالشان را بگیرید.

اصفهانی‌زاده: ولی فرض کنید یک دانشجو توصیه شما را عملی می‌کند و بدون این که مسأله خاصی داشته باشد، یک فیلدی رو دنبال می‌کند تا سوألات جالبی به ذهنش برسد و روی آن‌ها فکر کند. سوأل من این هست که آیا این کار شانس اتمام به موقع تز دکترایش را کم نمی‌کند؟

شهشهانی: ببینید گارانتی‌ای نیست ولی معمولا می‌شود. نمونش آقای کمالی نژاد هست که چهار یا پنج سال پیش برای تز دکتری پیش من آمد. البته من معمولاً دانشجویان را ناامید می‌کنم که با من کار کنند برای این که به نظرم، یک آدم نمی‌تواند ایده‌های خیلی متفاوتی داشته باشد و یک کادر فرهنگی بزرگ با افراد بسیار متفاوت نیاز هست تا آدم‌ها را بتواند راهنمایی کند و در موقعیت‌های مناسب قرار دهد. منتها ایشان صحبت کرد و معلوم بود علاقه‌اش به توپولوژی و کارهای ترستن هست. من هم گفتم که این کارها را نمی‌دانم ولی تنها چیز مشترک، ممکن است مسایل مربوط به گراف‌ها روی رویه‌ها و کاربردش در نظریه اعداد و هندسه باشد و مقالاتی به ایشان دادم و ایشان خیلی خوشش آمد. گفتیم اول بیاییم و موضوع را بفهمیم. چیزی که اول کار روشن بود این بود که خیلی مثال زدن در این رشته سخت هست و گفتیم ببینیم که می‌توانیم مثال خوبی پیدا کنیم تا یک چیزهایی در دستمان بیاید. چیزهایی درست کردیم و الان ایده‌های خوبی داریم تا پیش برویم. هرچند اخیراً با شبیه سازی‌های کاوه حسینی فهمیدیم بعضی قسمت‌ها درست نبوده و باید جهتمان را یک مقدار عوض کنیم. ولی همین طوری یک چیزهایی پیدا می‌شود. با سعی و خطا و آزمایش کردن می‌فهمید چیزهایی درست هست و چیزهایی غلط و اگر شانس بیاورید ممکن هست یک چیز خوب از آن بدست بیاید. به هرحال از اول نمی‌دانید که چقدر خوب می‌شود و سخت هست که پیش‌بینی کنید.

اصفهانی‌زاده: شما خودتان چقدر تاثیر گذار بودید وقتی آقای کمالی نژاد کار می‌کرد؟

شهشهانی: خیلی کم، برای این که اصلا کار زیادی تو این فیلد نشده بود. ببینید من نمی‌توانستم فیلدی که الان داغ هست را بگویم. برای اینکه ما نمی‌توانیم اینجا با گروه‌هایی که در پرینستون، استنفورد و ... نشستند و جدی کار می‌کنند رقابت کنیم. بهتر است که دقیقاً روی مسایلی که آن‌ها فکر می‌کنند، فکر نکنیم. آن‌ها با هم ارتباط دارند، همدیگر را هر روز می‌بینند و من چند سال وقت صرف کنم تازه می‌رسم به جایی که آن‌ها الان هستند. بنابراین اگر ارتباط با آن‌ها نداشته باشیم، این کار ریسک خیلی بزرگی هست و عملاً نمی‌شود رقابت کرد. در این رشته هم فیلد یک طوری به بن بست خورده بود.

چند نفری کارهایی کرده بودند ولی این کارها پیش نرفت. الان که ما چند سال کار کردیم می‌فهمیم چرا پیش نرفت و به دلایل خیلی خوبی هم نتوانسته بودند پیشرفت کنند. ولی خب از اول نمی‌شود پیش‌بینی کرد که چه اتفاقی میافتد.

اصفهانی‌زاده: شما گفتید روی مسایل و برنامه‌هایی که در خارج کار می‌کنند، کار نکنید. میتوانید توضیح بدید دقیقاً چرا؟

شهشهانی: برای این که نمی‌شود. ببینید فرض کنید که مثلاً یک عده‌ای دارند تو پاریس خیلی دقیق و مشخص رو فلان موضوع کار می‌کنند. خب ما نمی‌توانم با آن‌ها رقابت کنم، در نهایت موفق نمی‌شویم. سر خودمان را که نمی‌خواهیم کلاه بگذاریم. آن‌ها یک گروهی‌اند که هر روز همدیگر را می‌بینند و دارند روی آن مسایل کار می‌کنند. ما باید یک زاویه دیگری پیدا کنم. باید یک موضوع دیگری پیدا کنم که به نظر جالب باشد و روی آن کار کنم. عین کار آن‌ها را نکنیم برای این که نمی‌توانیم با آن‌ها رقابت کنیم. اگر ما ایده خودمان را پیش ببریم، کس دیگری هم نمی‌تواند با ما رقابت کند. ببینید به نظر من مهمترین نقش‌ای که یک نفر به عنوان راهنما می‌تواند بکند این هست که جهت‌هایی را پیدا کند که با زمینه‌هایی که آدم‌های دیگر دارند کار می‌کنند متفاوت باشد، یک ایده‌ی جدید در آن باشد.

اصفهانی‌زاده: یعنی شما فکر می‌کنید امیدی هست که در نهایت این کار یک تاثیر جهانی داشته باشد؟

شهشهانی: تنها راهش همین است. و برای همین می‌گویم به آنچه فکر می‌کنید ایمان داشته باشید و کار را خودتان صادقانه نقد کنید. وقتی قانع شُدید یک موضوع جالب هست، بروید روش فکر کنید، بروید ببینید چیزی درباره‌اش هست یا نه و خیلی هم خوب هست روی آن کار نشده باشد. می‌فهمید موضوع جالبی هست که باید کشف شود و به این شکل فکر کردن هست که به کار شما ارزش می‌دهد. مثلاً ببینید مسأله‌ای که چند نفر از دانشجویان لیسانس اینجا کار کردند و احتمالاً به نتیجه هم می‌رسد، یک مسأله جالبی با منشا فیزیکی بود که من از هوشنگ اردوان شنیدم. هوشنگ الان بازنشسته دانشگاه کمبریج هست و قبلا هم شریف بوده. شما می‌شناختید ایشان را؟

اصفهانی‌زاده: بله.

شهشهانی: ایشان متوجه یک موضوعی شده بود که با این که تا حدی مسأله‌ی ریاضی بود ظاهراً ریاضی‌دان‌ها اصلا متوجه آن نبودند. موضوع این هست که شما فرض کنید یک منبع نور دارید که از نظر مشاهده‌گر حرکت می‌کند و تشعشع دارد ولی سرعت حرکتش از سرعت نور بیشتر هست. البته این موضوع ربطی به نسبیت ندارد و حتی در آزمایشگاه هم می‌شود انجام داد. چیزی که اردوان ثابت کرده بود این بود که وقتی این منبع حرکت می‌کند در یک جهت‌هایی افت انرژی تشعشع[1] آن خیلی کمتر از مقداری است که انتظار داریم. افت انرژی وقتی منبع سرعت ندارد، $\frac{1}{r^2}$ می‌شود چون متناسب با سطح کره است ولی وقتی سرعت بیشتر از سرعت نور باشد، در یک جهت‌هایی یافت انرژی به صورت $\frac{1}{r}$ خواهد شد. اردوان گفت هرچه گشتم هیچ کس نبود که در ریاضی متوجه این موضوع باشد و خودش توانسته بود با ترفندهای ریاضی جالبی این را ثابت کند. در واقع از یک روش هادامارد برای رفع ابهام بینهایت[2] استفاده کرد و تعدادی انتگرال بدست آورد که همگرا نیستند ولی با روش هادامارد به این‌ها معنی داده بود. همین‌ها البته بعداً در نظریه میدان‌های کوانتمی هم پیش آمده بود. این ترفند در معادلات دیفرانسیل پاره‌ای هم به شکل دیگری به کار می‌رود. اردوان به این انتگرال‌های واگرا یک عدد معقول نسبت داد که بعداً فهمیدند که این عدد مصنوعی نیست و معنی فیزیکی هم دارد و حتی جالب هست که این کارها در آزمایشگاه هم انجام شده و همان نتایج بدست آمد. این دانشجوها یک سال و نیم هست که در این موضوع کار می‌کنند و اول مقاله اردوان را خوندند. خواندن مقاله اردوان هم کار ساده‌ای نبود برای اینکه به زبان ریاضی نیست ولی نکته داشت و بعدها که روی آن کار کردند و فهمیده‌اند که چگونه می‌شود آن‌ها را طوری نوشت که هم کلی‌تر باشد و هم روشن‌تر. فکر می‌کنم این روش یک مقدار با روش اردوان فرق دارد هرچند اردوان اولین کسی بود که متوجه این موضوع شد. من فکر می‌کنم یه همچین موضوعی یک پدیده جالب هست و این را می‌شود ادامه هم داد و لیسانس هم بودند دانشجویانی که انجام دادند.

اصفهانی‌زاده: من این نکته رو تاکید کنم که اینجا بحث آزاد است و دانشجویان می‌توانند آزادانه سوأل بپرسند.

علیشاهی: ببخشید من یک سوأل داشتم. دکتر زنگنه از آسیب شناسی آنچه در تحقیق ایران می‌گذرد صحبت کردند، ولی فکر می‌کنم در این کلیت، بحث این جمع نیست چون ما عموماً

[1] Radiation Decay
[2] removable sigularity

دانشجویانی داریم که در ابتدای مسیر تحقیق هستند و با جامعه ریاضی ایران رو به رو نبودند هرچند بعضی از مشکلاتش گریبان‌گیر آن‌ها هم هست ولی به نظرم یک آسیب‌هایی هست که مختص دانشکده ریاضی ماست. شما دانشجویان زیادی را در این سال‌ها مشاهده کردید. فکر می‌کنم عموماً بچه‌هایی که در اینجا دانشجوی دکتری هستند تصوری از تحقیق دارند، مثل هم اینکه شما می‌گویید که یک فیلد را خوب یاد بگیرند. منتها من شاید شخصاً این طوری بودم و دیگرانی هم دیدم که استانداردشان برای یادگرفتن خیلی بالاست. یعنی احساس می‌کنند خیلی چیزهای زیادی رو باید دانست تا وارد پروسه تحقیق بشویم.

شهشهانی: متوجه حرف شما هستم. مسأله این هست که اصلاً یاد گرفتن چی هست؟ آدم هیچ چیزی را از اول کامل یاد نمی‌گیرد مگر اینکه از اول پوآنکاره باشیم که نیستیم. آدم شروع می‌کند، کلیات یاد می‌گیرد و نکات را می‌فهمد و جلو می‌رود. زیاد کتاب خواندن ذهنتان را آشفته می‌کند. خودتان را نکُشید با کتاب خواندن. خلاصه یک کم خودتان فکر کنید راجع به مسأله‌ها، و یواش یواش آدم جزییات رو می‌فهمد. از اول هم نمی‌تواند بفهمد. این که آدم چقدر از جزییات سر در می‌آورد، بستگی به شخص هم دارد، بعضی‌ها سریع فکر می‌کنند و بعضی‌ها کندتر. هیچ کدام هیچ اشکالی هم ندارد. من فکر می‌کنم دانشجویان یک مقدار ترس دارند و اعتماد به نفس لازم را برای اینکه خودشان شروع به فکر کردن روی مسایل کنند را ندارند و یک طوری شما که با تجربه‌تر هستید باید بگوید که نترسید!

علیشاهی: ما خودمان هم همان مشکلات رو داریم. (خنده)

شهشهانی: بنشینید به ایده‌تان فکر کنید، حداکثر غلط از آب در می‌آید، اتفاق بدی که نمی‌افتد. آدم نارحت می‌شود ولی همه اشتباه می‌کنیم و بعدش با صحبت کردن با افراد دیگر درستش می‌کنیم. آن‌ها هم نگاه می‌کنند و نقد می‌کنند و سعی می‌کنند بفهمند و یک نکته‌های جدیدی را متوجه می‌شوند و بالاخره کار پیش می‌رود. نترسید از این که اشتباه کنید و فقط هم قضیه، اثبات، قضیه، اثبات، نخوانید. یک کم فاصله بگیرد از موضوعی که دارید کار می‌کنید و ببینید تصویر کلی چه شکلی هست. باید کارتان معنا دار باشد و البته فرمول کلی هم ندارد، با تجربه آدم حس می‌کند مقصود چیست. نزدیک چهل سال پیش من هم سن شما بودم و الفورس[3] که انسان خیلی مهربانی بود به من گفت:"ببین تحقیق کردن در ریاضی یعنی تو باید با مسایل و فیلدی که کار می‌کنی آنقدر زندگی کنی تا حلش کنی"[4]. به تدریج یک چیزهایی رو متوجه می‌شوید و یک مقدار هم شانسی است تا آدم روی موضوعی که فکر می‌کند به یک مسأله بر بخورد که عده زیادی در دنیا به آن علاقه‌مند باشند ولی به آن برنخورده باشند. این تنها راه هست، سعی نکنید خیلی سریع باشید، تلاش کنید تا چیزی را درست و کامل بفهمید.

زنگنه: همان طور که آقای دکتر گفتند، بعضی از مسایل هست که در مراکز علمی فعالانه روی آن‌ها کار می‌کنند. من یادم می‌آید که خانم دکتر زرگری با خانم ژان بلاک[5] در پاریس روی مسأله‌ای در ریاضیات مالی کار می‌کردند و بعداً دیده بودند دانشجوی خانم الکرویی[6] همان کار را انجام داده بوده و این در ریاضیات مالی که مسایل خیلی سریع حل و چاپ می‌شوند، جالب نیست. بعد از این تصمیم گرفتند بین دو دانشگاه جلسات هفتگی بگذارند و هرکاری در آن یک هفته می‌کنند به همدیگر بگویند تا هم زمان روی یک مسأله کار نکنند. بنابراین روی همچین مسایل‌ای در ایران نمی‌توانیم کار کنیم چون تا بخواهیم بفهمیم، جلو رفتند. همه تقریباً در یک مسیر قدم بر می‌دارند. مسیر هم تا حدود زیادی مشخص هست. بنابراین تا با آن‌ها تماس بگیریم که این کار شده یا نه، خیلی دیر خواهد شد. در عین حال شما باید به مسأله‌ای که برایتان جالب هست بپردازید، ولی مطلب مهم این است که آن را درست بفهمیم. یک موقع است که مسأله شما همانطور که اشاره شد، یک مسأله خاص و فکری است ولی ادبیاتی غنی حمایتش نمی‌کند. هرچند ممکن است یک فکر خلاق آن را حل کند. در این حالت شما مسأله را که حل کردید باید بروید مسأله دیگری حل کنید. یک موقع است که شما درگیر یک ادبیات غنی علمی در آن حوزه میشوید و این به شما تحقیق کردن به معنای اصیلی‌ای که در دنیا انجام می‌شود را یاد می‌دهد و کمک می‌کند که کار شما به مقدار زیادی پخته شود. مسأله حل کردن هم یک مرزی دارد. یک مرز این قضیه این هست که روی مسأله‌ای خیلی داغ که افراد زیادی در خارج روی آن کار می‌کنند، فکر کنید و مرز دیگر آن این هست که هر مسأله‌ای رو چاپ کنید و این خطرناک هست و بر می‌گردد به همان بحث آسیب‌شناسی تحقیق در ایران. متأسفانه بعضی وقت‌ها دانشجویان در زمینه‌هایی می‌روند که اساساً نیازی به خواندن پیش‌زمینه تحقیقاتی نیست و بعد پایان‌نامه‌ای می‌نویسند که تشکیل شده از چند مسأله جدا از هم.

[3] Ahlfors

[4] you have to live with the problem, you live in this field to solve it

[5] Monique Jeanblanc

[6] Nicole El Karoui

خوشبختانه در دانشکده ریاضی این‌جا این مشکل را نداریم ولی این یکی از آسیب‌شناسی‌های تحقیق در ایران هست. ما تحقیق‌مان در ایران از نظر تاریخی با بقیه دنیا متفاوت است. ما اولین بار تحقیق را از دوره لیسانس شروع کردیم که آن موقع افراد از تحقیق به عنوان یک کار لوکس که از بقیه کارها متفاوت بود انجام می‌دادند. مقالات، مقالات کوتاه مدت بود. یعنی شما دو سه ماه روی مسأله کار می‌کردید و بعد آن را چاپ می‌کردید. آن زمان که بار اصلی روی آموزش بود این کار ارزشمند بود تا تحقیق را رشد بدهند. ولی یک پایان نامه دکتری معمولاً سه یا چهار سال طول می‌کشد تا به نتیجه برسد و بنابراین یک کار تحقیقاتی دراز مدت است. سنت مسأله کوتاه مدت حل کردن که در ایران مرسوم بود، بعدها که دوره دکتری شروع شد آمد. یعنی مقالات کوتاه مدتی که در دوره‌ای یک کار لوکس و تفریحی حساب می‌شد در دوره دکتری هم به همان شکل انجام شد و چند مسأله که چند ماه بیشتر کار نمی‌بردند به عنوان پایان‌نامه دکتری حساب کردند. ولی کار دوره دکتری، کار طولانی مدت است و می‌توان کاری را که چندین و چند سال طول خواهد کشید دنبال کرد تا احتمالاً کار اصیلتری شود. نکته آخر این که شما وقتی یک مقاله یا کتاب رو می‌خوانید باید بدانید هدفتان چیست. آیا شما می‌خواهید همه مقاله را متوجه شوید یا به سوألی که در ذهنتان هست جواب دهید. بعضی وقت‌ها افردی که خیلی قوی هم هستند درگیر خواندن کامل یک موضوع می‌شوند و این باعث می‌شود که چندان موفق نباشند. بنابراین این دو مرز به نظر من خیلی مهم است. یعنی از یک طرف نه روی مسأله‌هایی که خارج خیلی داغ است وارد رقابت بشویم و نه خیلی در خواندن وسواس به خرج بدهیم، که این قسمت دوم آسیب‌شناسی دانشکده ماست. یکی از دوستان ما که خیلی کار خوب و قوی‌ای کرده بود این دیدگاه رو داشت و فکر می‌کرد باید همه کارهایی که پیش‌نیاز کارش است را کامل بخواند و گفت من باید در منزل این‌ها را بخوانم و وقتی یاد گرفتم بشینم و کار تحقیقاتی کنم و به نتیجه نرسید.

شهشهانی: بی‌نهایت مطلب هست که می‌شود خواند.

زنگنه: بله و در واقع این خطر هست که شخص همه چیز رو بخواهد یاد بگیرد. نکته‌ی جالب در فرهنگ آموزش فرانسه این است که صورت قضایایی را که در چهارچوب تحقیقات روز است خوب آموزش می‌دهند و شما از این به عنوان یک ابزار استفاده می‌کنید. درس‌هاییکه دوستان فرانسوی آمدند و اینجا ارایه دادند به همین شکل بود. من یادم می‌آید شخصاً یکی از قضیه‌هایی که دوست داشتم بفهمم به قضیه نقطه ثابت بِراودر مربوط بود ولی ایده اثباتش انقباض نبود و به یک موضوع پیچیده‌تری که مربوط به بعد نامتناهی بود برمی‌گشت. وقتی این مسأله رو دنبال کردم، دیدم برمی‌گردد به حالت بعد متناهی. بعد از آن، من مدت زیادی وقت گذاشتم که توپولوژی جبری و ... بخوانم تا حالت بعد متناهی را بتوانیم کامل اثبات کنم. در حالی که برای استفاده از آن قضیه اصلاً این چیزها لازم نبود. این دوستان فرانسوی که ما در برنامه‌های کارشناسی ارشد ازشان دعوت کردیم کار خیلی جالب‌شان این بود که صورت قضیه‌های مهم را خیلی خوب آموزش می‌دادند. ولی ما در این جا یاد گرفته ایم که هر چیزی رو کامل یاد بگیریم و قضیه‌ای را که نمی‌توانیم اثبات کنیم نمی‌پذیریم.

شهشهانی: من در تایید حرف شما، فکر می‌کنم افرادی که با تجربه‌تر هستند خوب است در درس‌ها برای بچه‌ها نکات مهم و نکات کم ارزش‌تر را روشن کنند[۷]. اگر فقط درس به شکل قضیه-اثبات باشد، بچه‌ها با کتاب راحت‌تر می‌توانند موضوع را بخوانند. این خیلی مهم است چون وقتی به این شکل نگاه می‌کنید، قسمتی از فیلد برایتان روشن می‌شود که چرا مثلاً این مسایل مطرح می‌شوند و این اتفاق‌ها می‌افتد. ولی اگر بخواهید داخل هر لم وارد شوید، حالا من که پیر شدم و حوصله‌ام سر می‌رود، ولی حتی وقتی که آدم جوان است هم خسته می‌شود. مغز آدم بیشتر از یک حدی توانایی ندارد. ولی باید نقاط اوج و فرود فیلد را روشن کنید. کتاب همه خط‌ها رو عین همدیگر نوشته و نکات مهم و نکات تکنیکی را جدا نکرده است. به شکلی در درس‌ها این را به بچه‌ها نشان دهید که مثلاً بگویید این یک محاسبه است و اگر خودتان انجام دهید و ضرب و تقسیم کنید، این مسأله اثبات می‌شود ولی اگر در اینجا این‌گونه فکر کنید، این قضایا بدست می‌آید. به نظر من اگر در درس‌ها این موضوعات مشخص شود، اعتماد به نفس خود استادها هم بیشتر می‌شود.

زنگنه: من زمانی که در سال ۷۴ میلادی به آمریکا آمده بودم و دانشجو بودم، واقعیتش این است که با الهام از افرادی مثل راسل و این‌ها می‌خواستیم خیلی فرمال همه چیز رو با جزییات یاد بگیریم. من با یکی از کسانی که رو برو شدم هلگاسون[۸] بود که دکتر شهشهانی هم ایشان را می‌شناسند و کارهای مشترک دارند. ایشان یک کتاب خیلی سخت هندسه دیفرانسیل دارند و چیزی که جالب بود این بود وقتی خودشان درس می‌دادند یا صحبت می‌کردند، شما

[۷] You have to clarify the peaks and vallies
[۸] Helgason

فکر می‌کردید چقدر این مطالب بدیهی و ساده است. یعنی من تمام کتاب را به عنوان یکی از مراجع آزمون جامع امتحان دادم. خیلی شکل می‌کشیدند و می‌گفتند اگر می‌خواهی این را بگویی با شکل بگو. من اول فرمول می‌نوشتم ولی می‌گفت نه، یک شکل بکش و ببین این قضیه اساساً چه می‌گوید. این در دید من و نگاه هندسی من یک انقلاب بود و با آن راهنماییهایی که کتاب داشت، موضوع خیلی ساده و روان و بدیهی گفته شده است. بنابراین خیلی مهم است که معلمی که موضوع را به ما یاد می‌دهد، آموزنده یاد دهد.

شعبانی: من دو تا سوأل دارم. یکی این که من حرف شما رو می‌پذیرم که ما نمی‌توانیم روی مسایلی که در خارج گروه‌های زیادی کار می‌کنند، کار کنیم. ولی آیا این آسیب وجود ندارد که ما تبدیل به ریاضیدان‌هایی شویم که روی شاخه‌های خیلی جزیی که مسایل مهمی در آن رشته نیستند و حتی هیچ ربطی به آن ندارند، کار می‌کنیم؟ و سوأل اول من این است که چگونه حداقل بعد از مدتی می‌توان از این موقعیت عبور کرد؟ و منظورم نه فقط در دوره دکتری، که مثلاً بعد از ده سال کار کردن روی موضوعات جدی کار کنیم؟ سوأل دوم هم این که ما اینجا کار گروهی تحقیقاتی نداریم. ولی چگونه می‌شود آن را راه انداخت؟

شهشهانی: درباره موضوع اول بگویم. ببینید مسأله‌هایی که در دنیا جالب هستند تنها مسأله‌هایی نیست که عده‌ای روی آن کار می‌کنند. البته در هر چیزی سیاست هست و هیچ چیزی مطلق نیست ولی جنبه‌های دیگر هم هستند. مسأله‌ای ممکن است الان مطرح نباشد ولی با یک نفر که آن را مطرح کند و در آن پیشرفتی کند و به یک مسأله جالب تبدیل شود. مثلاً در سالهای ۱۹۵۰ سلبرگ[۹] مقاله‌ای در ژورنال Indian Mathematical society نوشت. البته سلبرگ ریاضیدان مطرحی در آن زمان بود منتها این مقاله، خیلی توصیفی است و مقاله‌ای است که لنگ لندز[۱۰] کار خود را از آنجا شروع کرد و چاندرا[۱۱] یک سری دستنوشته دارد که در شروع، آن را به سلبرگ تقدیم کرد و در واقع سلبرگ در آن مقاله یک رشته جدید را پایه گذاری کرد. یعنی هر چند درست است که اگر مقاله‌ی که در گروه‌های موجود در دنیا کمتر مورد توجه است به دست کسی برود که به آن موضوع علاقه دارد، آن را زود قبول می‌کند و اگر به دست کسی برود که آن کار را نمی‌کند، احتمالاً حتی بدون خواندن رد می‌شود ولی اگر موضوع خیلی جالب باشد اینگونه نیست و این اتفاق می‌افتد و زیاد هم می‌افتد. داشتن اعتماد به نفس باعث می‌شود که وقتی وارد فیلدی می‌شوید و روی مسایلی که به نظرتان جالب می‌آید ولی جایی کار نمی‌کنند، فکر می‌کنید، عده دیگری هم چون مسأله ذاتاً جالب است، علاقه‌مند شوند. امیدوارم منظورم را خوب بیان کرده باشم. مثلاً من چند سال پیش این‌جا درس نظریه اعداد دادم و سعی کردم دانشجویانی را به این رشته علاقه‌مند کنم، ولی مسلماً خودم حاضر نبودم بگویم روی این مسأله‌ها فکر کنید. ولی می‌گفتم بروید با یک نفر که در این رشته هست کار کنید. برای این که می‌دانم عده‌ای در دنیا مشغول فکر کردن به این مسایل هستند. من هر مسأله‌ای بگوییم به تنهایی زورم به آن گروه‌ها نمی‌رسد. بنابراین چیزهایی بهشان می‌گویم تا بتوانند در آن گروه‌ها وارد شوند و روی آن مسأله‌ها فکر کنند و یک شبکه ایجاد شود. علتی که به خیلی از دانشجویانم گفتم سعی کنید که بروید این است که می‌خواهم این شبکه ایجاد شود. مثلاً ما یک گروه بینایی کامپیوتر حدود ۱۰ یا ۱۱ سال پیش درست کردیم. خیلی از بچه‌هایی که در آن گروه بودند رفتند ولی باعث شد یک شبکه بین آن‌ها و یک عده دیگر که اینجا هستند ایجاد شود و من خودم را کنار کشیدم. برای این که نمی‌دانم الان چه کارهایی در بینایی کامپیوتر می‌توان انجام داد که در دنیا مطرح باشد. ولی اینهایی که از اینجا اول کار را یاد گرفتند و الان درست در این کار هستند می‌دانند و می‌توانند این ارتباط را برقرار کنند. مسأله مهم ایجاد این شبکه است تا به تدریج اطلاعات رد و بدل شود و مسایل جالب پیدا شود. حرف شما درست است که اگر بخواهیم خیلی انفرادی کار کنیم، در دام مسأله مجزا حل کردن می‌افتیم و کسی توجه‌ای نمی‌کند. پس دو تا موضوع را باید در نظر بگیریم. یکی ایجاد شبکه با آدم‌های دیگر در دنیا که بدانیم چه کار می‌کنند و بتوانیم با آن‌ها ارتباط برقرار کنیم و دیگر این که خودمان قانع باشیم که مسایلی که می‌خواهیم کار کنیم، مسایل جالبی هستند تا اگر چیزی بدست آوردیم، کار ما در دنیا مورد توجه قرار گیرد، حتی اگر تعداد کمی در دنیا روی آن کار کنند.

زنگنه: من فکر می‌کنم یکی از نکات مهم این هست که ما روش تحقیق و فکر کردن در مسیر درست را یاد بگیریم و قسمت زیادی از مسیر این است که لذت ببریم از فکر کردن و تحقیق کردن از طعم خوب ریاضی. چون کاری که الان می‌کنیم، الزاماً کاری نیست که فردا می‌کنیم. یعنی اگه شما دارید پایان‌نامه‌ای می‌نویسید و یاد گرفته باشید که چگونه این کار را خوب انجام دهید فردا هم می‌توانید یک کار دیگر شروع کنید. ولی در طرف دیگر، اگر طعم غلط ریاضی را ببینید، نتیجه‌اش می‌شود کاری که هیچ کس دیگری

[۹] Selberg
[۱۰] Langlands
[۱۱] Chandra

در دنیا انجام نمی‌دهد. پس اگر نسبی نگاه کنیم، می‌توانیم کارهای خوبی انجام دهیم که در عین کیفیت احتمالاً مسایل داغی که لحظه به لحظه منتظر حل و چاپش در دنیا هستند، نیست. حقیقتاً آن مسایل داغ ممکن است چندان حاشیه امنیت نداشته باشد. پس یک موقع مسایل پنجاه سال پیش را نگاه می‌کنیم و فقط داریم مسایلی که تاریخشان گذشته را تعمیم می‌دهیم و صیقل می‌زنیم و نهایتاً هم در جایی که کسی اصلا نگاه نمی‌کند چاپ می‌کنیم. ولی یک موقع است که مسأله، مسأله روز هست ولی جز مسایلی که همه روی آن کار می‌کنند نیست. واضح هست که اگر گروهی تحقیق کنیم خیلی بهتر است. منتها منظور این است که مسأله صفر و یک نیست و ما ریاضی کار می‌کنیم که لذت ببریم و نه ریاضی کار می‌کنیم که مقاله چاپ کنیم و اگر نیت ما چاپ مقاله هست به سراغ مسایلی که متعلق به چهل پنجاه سال پیش هستند، باید برویم.

شهشهانی: در ضمن توجه کنید که یک عده‌ای که از همین دانشگاه بیرون آمدند، الان ریاضیدان‌های خیلی خوبی هستند. اسامی آن‌ها هم پنهان نیست و همه می‌دانیم، فریدن رضاخانلو، فریدون شهیدی، مریم میرزاخانی، علیرضا صالحی گلسفیدی، کسری رفیع و خیلی‌های دیگر که الان اسامیشان از ذهنم پریده است. این‌ها ریاضیدان‌های خیلی خوبی هستند و یک فیلدهایی رو خیلی خوب می‌دانند. از این افراد استفاده کنید. با آن‌ها ارتباط داشته باشید. اینها ایده‌های خوبی دارند و هر کدام دقیقاً می‌دانند در یک رشته‌هایی چه اتفاقاتی دارد می‌افتد. ایجاد این شبکه خیلی مهم هست. عده‌ای به من ایراد می‌گیرند که چرا دانشجوها را به خارج می‌فرستی، خب ببینید این افرادی که الان خارج‌اند برای پیشرفت ریاضی در ایران خیلی مفید هستند. چون می‌توانید با آن‌ها صحبت کنید و بهتر می‌توانید ارتباط برقرار کنید تا کسانی که ایرانی نیستند. غیر ایرانی‌ها ممکن هست خیلی محل نگذارند. در صورتی که آن‌هایی که از اینجا رفتند، با شما دوستند و شما را می‌شناسند و می‌دانم خیلی از آن‌ها علاقه‌مندند که صحبت کنند. مثلاً رامین تکلو بیغش واقعا علاقه‌مند هست با بچه‌های این‌جا صحبت کند. خیلی‌ها هستند. از این استفاده کنید. هرکدام از اینها مثل هر آدمی، قسمتی از ریاضی را خیلی خوب می‌داند. بهتر هست از معلوماتشان و از شبکه‌ای که دارند استفاده کنید. در این صورت معضلی که شما اشاره کردید هم حل خواهد شد.

پورمحمد: من فکر می‌کنم مشکلی که ما بچه‌های فوق لیسانس داریم این هست که معمولا سر کلاس‌ها به یک موضوع علاقه‌مند می‌شویم و نه به یک مسأله. مثلاً من سر کلاس آنالیز چیزی را می‌بینم و فکر می‌کنم موضوع جالبی هست و شروع می‌کنیم در آن حول و حوش خواندن. قسمتی از این مباحث کلاسیک هستند. یعنی مسأله خیلی خوبی بوده و کاملا حل شده است ولی مسأله جدیدی جلو ما نیست و مشکل از اینجا شروع می‌شود که وقتی به سراغ استادها می‌رویم هم خیلی اتفاق خاصی نمی‌افتد که مثلاً مسأله‌های جذاب آن رشته را معرفی کنند. بنابراین ما دو راه داریم: یا باید سراغ موضوعی که اصلا علاقه‌ای به آن نداریم برویم و اینجا یک سری تکنیک یاد بگیریم با این تصور که اگر خارج برویم خیلی چیزها در موردش یاد می‌گیریم. یا این که یک سری مسأله پیدا کنیم که ممکن هست خیلی جدی باشند و اغلب جدی‌تر از آن که چیزی به ما یاد بدهد و عموماً بیش از حد مشکل‌اند. این سر در گمی را فکر می‌کنم همه ما تقریبا داریم.

علیشاهی: می‌توانم یک چیزی به این سوأل اضافه کنم؟

شهشهانی: بفرمایید.

علیشاهی: در واقع سوأل من در پیش فرض‌های صحبت‌های تا اکنون است و ممکن است به نظر خیلی ابتدایی باشد. مسأله این است که چه لزومی دارد هر کس مسأله‌ای برای فکر کردن داشته باشد؟ اصلا فکر می‌کنم بد نباشد درباره این صحبت کنید . برای اینکه من فکر می‌کنم فرهنگ تحقیق از ریشه در ایران آن طور جا نیافتاده است. بگذارید مثال بزنم. اگر من به ادبیات علاقه‌مندم و خیلی هم از شعر خواندن لذت می‌برم، آیا لزومی دارد که حتما شعر بگویم و به خودم فشار بیاورم دو خط شعر هم بنویسم؟ اگر من یک دانشجوی دکتر هستم و ریاضیات هم خوب می‌فهمم و کلاس‌های مختلف هم شرکت می‌کنم و موضوعات برایم خیلی جالب هستند، آیا الزامی هست که من اضافه بر آن مباحثی که دنبال می‌کنم یک مسأله حل کنم که کسی تا الان حل نکرده است؟ ببخشید اینقدر سوأل بنیادی می‌پرسم. فکر می‌کنم سوأل اکثر شرکت‌کننده‌ها است. من در واقع برای این که خودم را از این مشکل مبرا کنم می‌پرسم. (خنده)

شهشهانی: ببینید من فکر می‌کنم دوتا جنبه دارد این سوأل. یک جنبه عملی که اگر سعی نکنید چیز تازه‌ای هم بیارید کسی هم به شما محل نمی‌گذارد. جنبه دیگر این است که وقتی آدم خودش این چیزها رو پیدا می‌کند شوق دیگری دارد و یک عمقی می‌تواند پیدا کند که با خواندن تنها نمی‌تواند پیدا کند. کسانی که خودشان روی مسایل فکر

کرده‌اند متوجه منظور من می‌شوند.از این جهت فکر می‌کنم خیلی خوب هست که سعی کنید مسأله طرح کنید. من نمی‌دونم وقتی شما یک موضوعی برایتان جالب می‌شود هیچ وقت سعی کردید سوأل مطرح کنید؟

پورمحمد: گاهی اوقات سوأل طرح می‌شود ولی احساس می‌کنم مسأله یک تز باید هم به اندازه کافی سخت باشد و هم بتوان حلش کرد. بعضی اوقات به ذهنم سوألاتی می‌رسد که مطرح نشده ولی این که سوأل جالبی طرح شود که اگر حل کنم از پس فلان چیز می‌توانم برآیم اتفاق نیافتاده است. این هست که کاری نتوانستم پیش ببردم. اکثر مسایل‌ای که به ذهنم می‌رسند خیلی پیچیده می‌شوند.

شهشهانی: ببینید من فکر می‌کنم طرح سوأل آسان نیست. یعنی سوأل‌هاییکه ساده نباشند، عمق داشته باشند و هم قابل حل باشند. برای این شما باید به گونه‌ای تکنیک‌های فیلد را بدانید که متوجه باشید چه کارهایی می‌شود کرد و چه کارهایی نمی‌شود کرد و این با تجربه به دست می‌آید. هیچ راه دیگری هم به جز تجربه به نظر من ندارد. در ضمن توصیه می‌کنم اگر چیزی به نظرتان جالب نمی‌آید دنبالش نروید.

اصفهانی‌زاده: ببخشید من فقط یک نکته‌ای در جواب بگویم. به نظر من اگر موضوع‌ای که شما دارید فکر می‌کنید به طور طبیعی ظاهر شده باشد و اگر به طور طبیعی به آن فکر کنید به شکل طبیعی هم وارد فرآیند تولید مسأله می‌شوید. ممکن است شما روی مسأله‌ای فکر کنید که پنجاه سال پیش حل شده و آن را بفهمید. این به جز خستگی چیزی برای شما نمی‌آورد. تا یک مدتی عمق شما در مسأله زیاد می‌شود ولی بعد از مدت کوتاهی انگیزه شما تمام می‌شود و شما هم خسته می‌شوید. ولی اگر سوألی که فکر می‌کنید واقعا سوأل تحقیقات روز باشد و از یک منشا جدید آمده باشد یا ساده‌تر بگویم، از یک مقاله آمده باشد، همین عمل فکر کردن و فهمیدن این سوأل خودش یعنی تحقیق و این چیز عجیبی نیست. شما به همه سوأل‌هاییکه آن‌جا هست وقوف پیدا می‌کنید و برایتان جا می‌افتد و مسایلی برایتان پیدا می‌شود که این‌ها مسایل حقیقی هستند. یعنی من جاهای دیگر که بودم به همین سادگی مسایل تحقیقی پیدا می‌شود. شما اسکاندیلاس[۱۲] را می‌شناسید؟

شهشهانی: اسماً

اصفهانی‌زاده: ایشان یک ریاضیدان برجسته است در فرانسه که شاگرد آلن کوهن[۱۳] بوده است. زمانی که من رفتم فرانسه می‌خواستم روی هندسه ناجابجایی کار کنم و برای من خیلی جالب بود که ایشان چگونه به من مسأله می‌دهد. یک مقاله پیش ایشان بردم و گفتم من این را دوست دارم. گفت خب من این موضوع را بلد نیستم و پیشنهاد داد آن را بخوانیم. مقدمه مقاله و نتیجه مقاله را خواند و یک کم با هم حرف زدیم یک مسأله خوب طرح کرد. من نمی‌گویم این مسأله خیلی عجیب بود و شاید خیلی وقت هم نگذاشت. ولی طرح سوأل واقعاً به همین سادگی است. برای من واقعاً پیش آمده که همین کار را کردم. یعنی یک وقت لازم بوده چیزی را بنویسم و به همین شکل و به طور آگاهانه سوأل طرح کردم و دست آخر هم فهمی‌دهم سوأل خیلی قشنگی بوده. ویژگی ریاضی این است که شما یک جایش را تغییر می‌دهید به جاهای خیلی قشنگی می‌رسید که اصلا فکرش را هم نمی‌توانید بکنید. از این جهت خیلی راحت و طبیعی می‌توانید با مسایل تحقیقی برخورد کنید.

شهشهانی: من فکر می‌کنم سوأل کنید و نترسید از این سوأل‌هایتان خیلی مقدماتی یا احمقانه باشد. فوقش یکی می‌گوید این سوأل خیلی احمقانه هست و جوابش هم این هست و هیچ اتفاق بدی نمی‌افتد. من فکر می‌کنم بین تزهای کارشناسی ارشدی که بچه‌ها با من نوشتند، تزی که از همه بهتر بود و کار تازه‌ای کرده بود، پیگیری سوألی بود که در یک کلاس کارشناسی مطرح شد. حدود سال ۲۰۰۲ من اینجا یک درس کارشناسی هندسه هذلولوی ارایه دادم و یک دانشجوی کارشناسی سوألی مطرح کرد و کسی بود که فکر نکرد سوأل خیلی ساده و پیش پا افتاده هست. اول گفتیم از جنبه آزمایشی سوأل را حل کنیم و جالب بود قسمت شبیه‌سازی هم کار داشت و به این سادگی نبود که یک برنامه بنویسیم و یک ماه روی کامپیوتر انجام شود و جواب بدست آید. واقعاً کار داشت تا جواب را بدست بیاریم. حتی مجبور شدیم برویم یک مقاله که مربوط به حدود ۱۹۰۷ بود نگاه کنیم که متوجه شویم چه گونه باید را انجام دهیم و نتیجه‌ی این کار هم در یک ژورنال خیلی خوب چاپ شد. و یک استاد از فرانسه به ایشان نامه نوشت و گفت: "تو واقعا باید به خودت افتخار کنی. من مقاله‌ات را خواندم و خیلی به آن علاقه مند شدم." سوأل هم خیلی ساده بود. سوألی بود که به راحتی در کلاس کارشناسی می‌توان گفت. بنابراین نترسید که سوأل مطرح کنید. خیلی سعی کنید با موضوع ریاضی صمیمی باشید چون اگر دوستانه

[۱۲] Georges Skandalis

[۱۳] Alain Connes

نباشید واقعاً پیشرفت نمی‌شود کرد. اگر چیزها خیلی مشکل شود و نتوانید به زبان ریاضی راحت بیانش کنید، حتماً یک جای کار مشکل دارد. ولی اگر موضوع خیلی برایتان دوستانه شود، می‌توانید مسأله هم طرح کنید.

پورمحمد: ولی خیلی وقت‌ها اتفاقی که می‌افتد این است که یک مقاله‌ای می‌دهند دانشجو تا نگاه کند. می‌تواند مقاله را در یک ماه بخواند یا سه ماه و هیچ فرقی هم نمی‌کند و اتفاق خاصی نمی‌افتد. گاهی اوقات هم مسأله‌ای است که فکر می‌کنید شاید خیلی مشکل باشد و حل نشود. چگونه باید سعی کنیم بین این دو حرکت کنیم تا هم کاری کرده باشیم و هم چیزی یاد گرفته باشیم؟

شهشهانی: ببینید فرمول مشخصی ندارد. ولی وقتی یک مقاله مهمی منتشر شده و شما قصد دارید آن را بخوانید از اول سعی نکنید هر لمی را بفهمید. وقتی موضوع را درست بفهمید خیلی از لم‌ها را خودتان از راه‌های دیگری می‌توانید ثابت کنید. معمولا وقتی می‌گویند مقاله‌ای مهم است، واقعا یک ایده جدیدی دارد. سعی کنید آن را بفهمید. وقتی شروع می‌کنید به خواندن، خواهید دید سوأل‌هایی هم اطراف آن هست. سعی کنید آن سوأل‌ها را برای خودتان مطرح کنید و یک شکلی مستقل به مقاله فکر کنید. انتظار نداشته باشید یک نفر همه چیز را به شما بگوید. ولی همین که شخصی می‌گوید این مقاله مهم چاپ شده و مسایل آن هم هنوز کار نشده، بشینید و این کار را انجام دهید. سعی کنید بین درک مطلب و فهمیدن تمام لم و قضیه‌ها فرق بگذارید. کمی از مقاله فاصله بگیرید و ببینید که تصویری که دارد ساخته می‌شود چگونه هست حتی اگه همه لم‌ها را ندانید. و این طوری می‌توانید از آن تصویر مسأله بسازید. مطمئن باشید که می‌توانید.

زنگنه: یعنی شما باید با قسمت‌هایی از ریاضی آشنا شوید و سعی کنید آن‌ها را خوب بفهمید ولی لازم نیست حتما در آن قسمت‌ها مسأله پیدا کنید و حل کنید. واقعیتش این است که این کار آزار دهنده است و شما را از هدف دور می‌کند. من فکر می‌کنم در دوره کارشناسی ارشد اگر شما مقاله اصیلی را بفهمید بهتر از این است که شما خودتان کار جدیدی کنید. آقای دکتر مثالی زدند از دانشجویی که مسأله جدیدی طرح کرده بود. ولی واقعیت این است که اگر بخواهید در دوره کارشناسی ارشد طرح مسأله کنید و وارد آن شوید، این به معنا آن است که احتمالاً از پیش زمینه کارشناسی‌تان استفاده می‌کنید و این ارزشمند نیست. یعنی این که مسأله‌ای حل کنید و مقاله‌ای هم چاپ کنید نسبت به این که مقاله‌ی روز و جدی‌ای را بفهید، خیلی کم ارزشتر است تا اگر شما کار اصیلی نکردید ببینید کیفیت کارهای اصیل چگونه است. در دانشگاه‌های دیگر به همین شکل است. اتفاقا امروز بحث دوره کارشناسی ارشد داشتیم و من سیاست دانشگاه برکلی که ارشد ریاضی دارد را مثال زدم. (البته خیلی از دانشگاه‌ها این دوره را ندارند و مستقیماً دکتری می‌روند.) نوشته بود تز ارشد یعنی شما چند مقاله را خوب بفهمید و ارتباطی متقابل بین آن‌ها برقرار کنید و یک مقاله خوب توصیفی بنویسید. پس ببینید ما کسانی داریم که در دوره ارشد تزی می‌نویسند و مقالاتی هم چاپ می‌کنند ولی مشکل این است که ادبیات اصیلی پشت آن نیست و در واقع با پیش زمینه کارشناسی کاری می‌کنند و این ارزشمند نیست.

شهشهانی: البته من مقصودم از آن مثال این بود که از طرح سوأل نترسید.

صلواتی: ببخشید چون احساس می‌کنم بحث خیلی گرم نیست می‌خواهم نقش منفی را بازی کنم تا بحث جنجالی شود. من این انتقاد رو به تحقیق وارد می‌کنم که بیش از حد اهمیت قایل شدن برای تحقیق در ریاضی خیلی از استعدادهای ریاضی را می‌کشد. به علت این که اگر از بین فعالیت‌های مختلف ریاضیدان‌ها فقط برای تحقیق اهمیت قایل شویم، باعث می‌شود کسانی که نتوانند تحقیق با کیفیت بالا انجام دهند انگیزه‌شان را از دست می‌دهند. به نظری من تحقیقی با کیفیت بالا ارایه دادن، توانایی بالایی هم لازم دارد که تمام کسانی که علاقه‌مند به ریاضی هستند نیست. در نتیجه کسانی که خیلی در تحقیق توانایی نداشته باشند مجبورند بروند سراغ تحقیق یا کارهای جدیدی که کیفیت بالایی ندارند. من به حرف دکتر اصفهانی‌زاده هم ایراد وارد می‌کنم که وقتی ببینید مسأله که کار می‌کنید قبلا حل شده احساس خستگی می‌کنید. ایرادم این است که خیلی از ما اولین لذت‌هایی که از ریاضی بردیم در دوره دبیرستان بود که معمولاً چیز جدیدی کشف می‌کردیم که چه بسا چیز پیش پا افتاده‌ای هم بود. بالعکس کار جدیدی که واقعا آدم را ارضا نکند، بیشتر خستگی می‌آورد.

اصفهانی‌زاده: البته من گفتم شما تا یک مدتی فقط می‌توانید بخوانید و بعد خسته می‌شوید.

صلواتی: ولی به نظر من می‌توانیم ارزش گذاری کنیم برای کار جدیدی که قبلا حل شده، منتها شخصی با ایده خودش و با استفاده

از ابتکار خودش آن را انجام داده است. این یک شکلی از آموزش است. به نظرم این کار یک جور آماده‌سازی شخص برای تحقیق واقعی است. نمی‌دانم به چه شکلی باید این مسأله را راهبری کرد ولی می‌توان بجای این که به یک دانشجوی دکتری یک مسأله نه چندان جالب و حاشیه‌ای رو بدهیم، یک مسأله نه چندان جدیدی که حل شده بدهیم که با ایده و ابتکار خودش روش کار کند.

شهشهانی: من می‌فهمم مقصودتان چیه و با شما همدردی می‌کنم. چیزی که می‌خواهم بگویم این است که شما وقتی روی یک موضوع کار می‌کنید و با یک دید جدیدی موضوعی را ثابت می‌کنید که قبلا ثابت شده معمولاً چیزهای جدیدی هم به خاطر دیدی که دارید می‌توانید در موردش بگویید. یک چیزهایی رو می‌بیند که دید کلاسیک نمی‌دیده است و این را بارها دیده‌ایم که اگر چیزی را با دو فرمول مختلف بدست آوریم، با مساوی قرار دادن آن‌ها معمولاً یک چیز جدیدی به دست می‌آوریم. این هم همینطور هست. حرف شما درست است که وقتی می‌خواهیم موضوعی را بفهمیم که اصل آن قبلا کشف شده عموماً از یک زاویه‌ی دیگری به آن نگاه می‌کنید و این خودش یعنی تحقیق. به احتمال زیاد اگر خوب ادامه دهید ممکن است موضوع جدیدی را بفهمید که افراد قبل نفهمیدند و این خودش کار خیلی خوبی است. در ضمن مگر یک نفر در زندگی چند ایده‌ی خیلی جالب می‌تواند داشته باشد که همه با شنیدنشان تعجب کنند. حتی آدم‌های خیلی معروف هم بیشتر از دو سه ایده این چنینی نداشتند. ولی مهم این است که کارمان را ادامه دهیم و یک موقع ممکن است شانس بیاریم و به ایده خیلی خوبی برخورد کنیم. بعضی‌ها بیشتر شانس می‌آورند و بعضی‌ها کمتر. فکر می‌کنم حرفتان درست است که ما سعی کنیم یک موضوع را بفهمیم و روی آن فکر کنیم ولی بهتر سعی کنیم مستقل روی آن فکر کنیم.

اصفهانی‌زاده: آقای دکتر شهشهانی با من موافق بودند که یک فرآیند فکری صحیح به یک مقاله منجر می‌شود.

شعبانی: من می‌خواهم یک سوأل جدید مطرح کنم و با یک نقل قول شروع می‌کنم. مجید هادیان می‌گفت که من تا حالا سوألی از قسمت‌های مختلف ریاضی ندیدم که دکتر شهشهانی ندیده باشد و یا بلد نباشد. من می‌خواهم بپرسم چه ریاضیدان و ریاضی‌کار شدنی خوب هست. من آدم‌هایی می‌شناسم که مجموعه‌ای از تکنیک‌ها در ریاضی بلد هستند و می‌گردند دنبال سوأل‌هایی که با آن تکنیک‌ها حل می‌شوند. البته این سوأل‌ها بعضی وقت‌ها به اندازه کافی جدی هستند. منظور این است که چقدر خوب است در زندگی به یک شاخه خاص تمرکز کنیم؟

شهشهانی: به نظر من جواب مشخصی سوأل شما ندارد. این بستگی به شخص خودتان دارد.

شعبانی: من می‌خواهم جواب شخصی خودتان را بدانم.

شهشهانی: من اساساً آدم تنبلی هستم و خیلی حوصله ندارم کار بکنم و مدام مقاله بنویسم. ترجیح می‌دهم یک کم در آرامش باشم. درباره یک موضوع فکر کنم. البته بعضی وقت‌ها هم حوصله‌ام سر می‌رود. بعضی افراد خیلی از من پرکارتراند. فکر می‌کنم کار درستی هم می‌کنند. من باید یاد می‌گرفتم پرکارتر باشم که خروجی بیشتری داشته باشم. افرادی هستند که یک مقدار تکنیک می‌دانند و سعی می‌کنند با آن مسأله حل کنند و مقاله بنویسند، البته شاید بعضی از مقالاتشان هم بد نباشد. ولی معمولاً هر کسی در طول عمرش ممکن است دو یا سه ایده واقعاً بکر با نتایج عمیق داشته باشد که افقی را برای عده‌ای باز کند و خب نهایتاً هر کس به سلیقه خودش عمل می‌کند.

شعبانی: یعنی شما نسبت به این دو هیچ ارزش‌گذاری‌ای ندارید؟

شهشهانی: نه، ببینید آدم‌ها با هم فرق می‌کنند. باید در دنیا همه شکل آدمی باشد. سعی نکنید درباره همه چیز داوری کنید. همه چیزها را نمی‌شود ارزش‌گذاری کرد که این از آن بهتر است یا آن از این. بالاخره آدم‌های مختلف راه‌های مختلف دارند و به مسایل مختلف فکر می‌کنند و برای همین زندگی جالب می‌شود. در غیر این صورت یک partial order (ترتیب جزئی) دارید. (خنده)

شعبانی: سوأل دوم دفعه قبلم درباره کار گروهی تحقیقاتی کردن از قلم افتاد.

شهشهانی: چیزی که گفتم این بود که سعی کنید ارتباطتان را با دانشجویان دیگری که از این‌جا رفته‌اند و در آن‌جا مسلط شده‌اند برقرار کنید و یا اگر خودتان هم می‌روید ارتباطتان را با این‌جا حفظ کنید. خیلی افراد از شما جوان‌تر هستند و شما میتوانید به آن‌ها کمک کنید. با آن‌ها صحبت کنید و این شبکه را شکل دهید.

خزلی: در مورد کار گروهی، مشکل این است که دانشگاه‌های ما در زمینه‌های مختلف خیلی با هم ارتباط ندارند و در هر رشته‌ای هم حداکثر یکی دو نفر کار می‌کنند که جمع کوچکی است.

شهشهانی: شما در کار آمار احتمال هستید.

خزلی: بله.

شهشهانی: خب شما چند نفری هستید و می‌توانید فکرهایتان را روی هم بگذارید و مسأله طرح کنید و از افراد دیگر دعوت کنید به جمعتان اضافه شوند تا گروه‌تان قوی‌تر شود.

خزلی: من آرزو داشتم دانشکده‌های ریاضی متمرکز می‌بودند و با کلی دانشجو و استاد.

شهشهانی: از این آرزوها نکنید. این کارها عملی نمی‌شود. در یک سطحی برنامه بگذارید که قابل اجرا باشد.

خزلی: آرزو بر جوانان عیب نیست. (خنده)

محکام: من سوألم رو دوست دارم دکتر اصفهانی زاده و شهشهانی هر دو جواب بدهند. آیا شما تنها راه رسیدن به ریاضیات جدید و نظریه‌های جدید را کار کردن روی یک سری مسأله‌ها می‌دانید؟ یا این که متصورید نظریه‌پردازی به طور مستقل انجام شود؟ و حتی به نظرم می‌رسد این کار، مثل طرح کردن مسأله، کار سختی نیست. مثلاً پارسال مسایل متفاوتی توجه‌ام را جلب کرد و حس کردم شاید تمام این‌ها در یک نظریه جای گیرند و چند روز پیش مطلبی را می‌خواندم که این کار را کرده بود. در واقع شما مسأله‌ی مشخصی ندارید و روی یک نظریه کار می‌کنید.

شهشهانی: این هم خودش یک مسأله هست. وقتی می‌گویید به همه این چیزها می‌شود از زاویه‌ای نگاه کرد که حل شود در واقع یک مسأله حل کردید.

محکام: یک نقل قول هم می‌خواهم دکتر رستگار بگویم که وایلز را با این که نظریه هم به وجود آورد، یک مسأله حل‌کن می‌دانند، و می‌گفتند من به جای وایلز بودن ترجیح می‌دهم شبیه شیمورا باشم که یک نظریه‌پرداز بود.

شهشهانی: من فکر می‌کنم اگه شما بتوانید مثل شیمورا یا وایلز باشید خوب است. (خنده)

اصفهانی‌زاده: خب من باید عرض کنم که حقیقتاً نه شبیه وایلز هستم و نه شیمورا. من همان آدمی هستم که آقای شعبانی اشاره کرد. یعنی من یک‌سری موضوعات بلد هستم و وقتی می‌خواهم دنبال مسأله پژوهشی بگردم، به طور آگاهانه دنبال یک مسأله می‌گردم. یعنی به طور آگاهانه می‌گویم الان وقت آن است که یک سوأل طرح کنم و حل کنم.

علیشاهی: در واقع نقش منفی را شما دارید انجام می‌دهید. (خنده)

اصفهانی‌زاده: من از این بابت شرمسار نیستم و فکر می‌کنم یک فعالیت سالم علمی انجام می‌دهم. در زمینه من چند نفری هستند که کار می‌کنند و من نگاه می‌کنم به فعالیت آن‌ها و سعی می‌کنم در وهله اول بفهمم که صورت قضیه چیست و اگر جذاب بود سعی می‌کنم با خواندن یک سری حواشی یک سوأل جدید برای خودم مطرح کنم و یا این که وصلش کنم به کارهای قبلی که انجام داده‌ام که بتوانم کار جدیدی انجام دهم. یعنی این فرآیند به نظر من به همین سادگی هست که گفتم. و نکته دیگری که در رابطه با حرف آقای شعبانی می‌خواستم بگویم این است که به نظر من ریاضیات در کنهش غایت‌اندیشی نیست. یعنی من فکر می‌کنم کسانی که کار می‌کنند ابزارهایی دارند که با آن‌ها می‌خواهند مسأله جدیدی حل کنند. علتش هم این است که در ریاضیات هدف دور از دسترسی که همه افراد به آن متمرکز باشند وجود ندارد. کسانی که با این ذهنیت می‌آیند ممکن است زود سرخورده شوند. یعنی ریاضیات مثل فیزیک نیست. شما مثلاً نگاه کنید که قبل از این نشست دکتر جعفری یک سری مسایل راجع به توپولوژی گروه‌ها گفتند. این‌ها چیزهایی بود که من قبلاً شنیده بودم ولی تصور نمی‌کردم در آن مسأله خاص کابرد داشته باشد. شاید اگر من فیزیک‌دان بودم این اتفاق نمی‌افتاد. یعنی احتمالاً می‌دانستم موضوعی که کار می‌کنم با چه بخش‌های از فیزیک ارتباط دارد. ولی ریاضیات این‌گونه نیست و در داخل خودش ارتباطات عجیب و غریب دارد و این مسیر تحقیق کردن در ریاضی را متفاوت می‌کند. یعنی به جای داشتن یک هدف نهایی باید سعی کرد حول و حوش کارهای خودتان چیزهای جدید پیدا کنید و لذت ببرید.

شهشهانی: من معمولاً تشویق می‌کنم دنبال نظریه‌پردازی نروید و برای خودتان مباحث را ملموس کنید و مثال‌های جالبی داشته باشید که بتوانید حل کنید. من یادم می‌آید وقتی سال اول دکتری بودم خیلی تجرید مد بود، حتی بیشتر از الان. و یکی از ریاضیدان‌های معروف آن زمان که کارهاش خیلی محض بود به ما گفت، ببینید سعی کنید مثال بلد باشید، مثلاً یک جایی می‌بیند درباره درون‌ریختی‌های یک جبر باناخ صحبت می‌کنند و بعد می‌بینید نکته فقط این است که تمام جملات سری را می‌توانید جابه‌جا کنید.

اصفهانی‌زاده: قبل از شما یکی از سخن‌رانی‌ها درباره درون ریختی‌های جبر باناخ بود. (خنده)

شهشهانی: البته منظورم شما نیستید و یا می‌گفت بعضی از دانشجوها می‌آیند انواع و اقسام دنباله‌های دقیق و چیزهای مختلف می‌نویسند که شما گم می‌شوید.

اصفهانی‌زاده: یکی دیگر از سخن‌رانی‌های قبلی هم درباره دنباله‌های دقیق بود. (خنده)

شهشهانی: ولی منظورم این است که سعی کنید مثال داشته باشید. و مسایل را خیلی دوستانه بفهمید. ببینید همه این کارها اگر علاقه‌مند هستید معنا می‌دهند. کارهای تحقیقاتی هم یکی از جنبه‌های زندگی است. و در نهایت پیشنهاد می‌کنم که سعی کنید کارهاتان خیلی کاربردی‌تر باشد و کاربردی هم منظورم این نیست که فقط اسم ریاضی کاربردی روی آن باشد. برای این که در آن زمینه‌ها نتایج کارتان را خیلی ملموس‌تر می‌بینید. کارهای خیلی نظری هم سخت هست هم ریسک‌اش بالاتر هست و به سختی یک کار خوب پیدا می‌شود.

اصفهانی‌زاده: من فکر می‌کنم جلسه خیلی مفیدی بود و به شخصه به آینده امیدوارم. از شرکت‌کنندگان و دکتر شهشهانی تشکر می‌کنم.