بازاریابی و فروش در شبکه‌های اجتماعی

محمدامین فضلی
نسترن نیک‌پرتو

چکیده

پیشرفت دانش و تکنولوژی افزایش حجم ارتباطات میان افراد جامعه را موجب شده‌است. این حجم عظیم از تعاملات باعث ایجاد بسترهای مناسبی برای گسترش فعالیت‌های اجتماعی، تجاری و فرهنگی می‌شود که امروزه مورد علاقه‌ی محققان حوزه‌های مختلف دانش اعم از اقتصاد، علوم اجتماعی، علوم کامپیوتر و ... قرار گرفته‌است. در این مقاله قصد داریم به بیان نتایج علمی موجود در حوزه‌ی فن‌آوری اطلاعات در زمینه‌ی بازاریابی، تبلیغات و تعیین قیمت برای فروش کالا که چالش‌های بزرگ شرکت‌های اقتصادی است، بپردازیم.

۱ مقدمه

فضای سایبر باعث به وجود آمدن شکل‌های جدید ارتباط بین انسان‌ها شده‌است. اطلاعات مربوط به این ارتباطات عموما در پایگاه‌های داده ذخیره می‌شود که می‌توان آن‌ها را مجردسازی کرده و دانش سطح بالا از آن‌ها استخراج کرد که کاربردهای فراوانی دارند.[۷و۸]

منظور ما از شبکه‌های اجتماعی، هر بستر تعامل انسانی است که اطلاعات آن در یک پایگاه داده ذخیره شده‌است و یا قابل ذخیره شدن می‌باشد. مانند اطلاعات تماس‌های مشترکین شبکه‌ی مخابرات، اطلاعات معنایی و رابطه‌ای در پایگاه‌های وب، پیامک‌های ارسال شده در شبکه‌های تلفن همراه و ... . تاکنون پژوهش‌های فراوانی در رابطه با استخراج دانش از این دست اطلاعات انجام شده‌است که اکثر آن‌ها نظری بوده و منتج به محصولات تجاری نشده‌اند. بازه‌ی وسیعی از کاربردهای تحقیقاتی و تجاری وجود دارد که این پژوهش‌ها روی آن‌ها تمرکز کرده‌اند. از تحقیقات اجتماعی گرفته [۹] تا پیدا کردن تروریست‌های ۱۱ سپتامبر[۱۰].

در این مقاله ما به بررسی پژوهش‌های مرتبط با بازاریابی و قیمت‌گذاری می‌پردازیم. این امر بدیهی است که خریداران یک کالای خاص روی همدیگر تاثیر می‌گذارند و این رد مکانیزم قیمت‌گذاری که می‌بایستی اتخاذ کنیم موثر خواهدبود. در مقاله‌ی [۲] کالاهایی که شبکه‌های اجتماعی روی فروش آن‌ها تاثیر دارند معرفی شده‌اند و طبقه‌بندی گردیده‌اند.

ارزش این گونه کالاها برای خریداران به گونه‌ای به تعداد افرادی از جامعه که از آن کالا استفاده می‌کنند بستگی دارد. از این دید کالاها را می‌توان به ۳ دسته تقسیم کرد. (از لحاظ نوع تاثیری که تعداد افراد بر ارزش آن‌ها دارد)

- کالاهایی که ارزش آن‌ها برای مصرف کننده تحت تاثیر مستقیم از تعداد کالاهایی است که به فروش رفته‌اند. برای این گروه بهترین مثال، کالاهای مربوط به تکنولوژی‌های ارتباطی است. کالاهایی مانند تلفن یا فکس برای خریدار، متناسب با تعداد افرادی از جامعه است که از آن کالا استفاده می‌کنند، زیرا بدیهی است که هر چه تعداد این افراد بیشتر باشد، کاربری کالای خریداری شده برای فرد افزایش می‌یابد.
- دسته‌ی دیگری از این کالاها، کالاهایی هستند که ارزش آن‌ها تحت تاثیر غیرمستقیم از تعداد به فروش رفته از کالا قرار می‌گیرد. بازی‌های کامپیوتری، سخت افزار کامپیوتر، سیستم عامل و ... مثال‌هایی از این نمونه کالاها می‌باشد. به عنوان

مثال درباره‌ی سخت‌افزار کامپیوتر، هر چه اندازه‌ی بازار فروش کالا بزرگتر باشد، تعداد نرم‌افزارهایی که برای آن مدل سخت‌افزاری نوشته می‌شود بیشتر می‌گردد.

- دسته‌ی سوم از این مدل کالاها، را کالاهای پایا تشکیل می‌دهند که کیفیت و در دسترس بودن خدمات پس از فروش آن متناسب است با اندازه‌ی به فروش رفته از آن. مثال خودرو برای این مدل کالاها مثال خوبی می‌باشد، برای مثال هرچند تعداد به فروش رسیده از نوعی خودرو زیاد باشد خدمات تعمیر و یا تعویض با کیفیت بالاتر و قیمت بهتر عرضه خواهندشد.

در هر سه این دسته از کالاها ارزش کالا برای خریدار به تعداد افرادی که در همان شبکه‌ی خریدار عضو هستند برمی‌گردد. اندازه‌ی شبکه‌ی فروش یک کالا که به این تاثیرات شبکه‌ای می‌انجامد بر حسب بازار و نوع آن کالا می‌تواند متفاوت باشد، مثلا در بازار خودرو تنها وجود یک تولید کننده ممکن است به ایجاد چنین شبکه‌هایی بیانجامد، در مواردی دیگر ممکن است مجموع تولیدات چند شرکت در بازار به ایجاد چنین تاثیراتی منجر شود. به عنوان مثال دستگاه ضبط صوت این گونه است [۲].

در مدلسازی‌های ارائه شده در پژوهش‌های مرتبط با بازاریابی و فروش در شبکه‌های اجتماعی معمولا برای خریداران یک تابع ارزش $\nu_i : 2^V \to \mathbb{R}^+$ در نظر گرفته می‌شود که منظور از V مجموعه‌ی خریداران است. اگر $S \subset V$، $\nu_i(S)$ مشخص کننده‌ی میزان ارزشی است که فرد iام برای کالای مورد فروش هنگامی که زیرمجموعه‌ی S از افراد جامعه کالای مورد نظر را خریده‌اند دارد. هنگامی که به یک فرد برای خرید یک کالا قیمت p را به فرد iامی پیشنهاد می‌دهد در صورتی آن فرد برای خرید اقدام می‌کند که $\nu_i(S) \geq p$.

مدل‌های فروشی که توسط پژوهشگران مورد مطالعه قرار گرفته‌اند از دیدگاه ما به سه دسته تقسیم می‌شوند:

۱- مدل قیمت صفر(zero pricing): در این مدل سود ما از پول دریافتی خریداران نیست(فرض می‌کنیم قیمت هر جنس صفر است) بلکه به ازای هر خرید یک سود ضمنی می‌بریم که آن مورد نظر است و هدف بیشینه کردند تعداد خریداران می‌باشد. فرض بر این است که $\nu_i(\emptyset)$ در ابتدا برای بسیاری از خریداران منفی است (خریداران نسبت به کالایی که می‌خواهیم بفروشیم اینرسی دارند) در این مدل عموما پیدا کردن مجموعه‌ی اولیه از خریداران است که با تشویق آن‌ها به خرید، عده‌ی زیادی از جامعه به خرید متمایل شوند. این مدل در قسمت دوم این مقاله بررسی شده‌است. کاربرد این مدل بیشتر در به دست آوردن ایده‌های تبلیغات بهینه است.

۲- مدل قیمت خصوصی (privete pricing): در این مدل به هر خریدار یک قیمت خاص پیشنهاد می‌دهیم که این قیمت به شهودی که ما از تابع ارزش وی داریم بستگی دارد. قسمت مهم مسئله پیدا کردن استراتژی برای فروش است که تا حد امکان از تاثیرگذاری خریداران روی یکدیگر در جهت افزایش قیمت و سود بهره ببریم. ما از این روش به عنوان دوره‌گردی یاد می‌کنیم. این مدل در قسمت سوم این مقاله بررسی شده‌است.

۳- مدل قیمت عمومی (public pricing): این مدل نزدیکترین مدل به واقعیت فروش در جامعه است. در این مدل برای یک کالا یک قیمت به صورت عمومی اعلام می‌شود و همه‌ی خریداران هم‌زمان از آن مطلع می‌شوند. سعی داریم قیمت اعلام شده به اندازه‌ای باشد که حاصلضرب تعداد افرادی که کالا را خریداری می‌کنند در قیمت اعلام شده بیشینه باشد. این مدل در قسمت چهارم این مقاله مورد بررسی قرار گرفته‌است.

۲ مدل قیمت صفر و تبلیغات

در این قسمت به مدلسازی و بررسی چگونگی فراگیر شدن یک رفتار (خرید یک کالا) در یک شبکه اجتماعی می‌پردازیم. اهمیت این بحث همان‌طور که از عنوان این قسمت می‌توان حدس زد بیشتر در حوزه‌ی تبلیغات و بالا بردن فروش یک کالا کاربرد دارد.

استراتژی‌های موثری که در این زمینه مطرح می‌شوند اینگونه‌اند که ابتدا گروهی از مصرف کننده‌های بلقوه به مصرف کالا تشویق می‌شوند (مثلا نمونه‌ای مجانی از کالا در اختیار آن‌ها قرار داده می‌شود)، سپس تاثیر آن‌ها در جامعه منجر به حدی از فروش می‌گردد.

سوالی که دومینگوس و ریچاردسون [۱۱و۱۲] در این حوزه مطرح کردند این است که چه افرادی با چه ویژگی‌هایی برای گروه اولیه انتخاب شوند تا حداکثر فروش حاصل شود.

در [۳] به بررسی مدل‌های عملی (operational model) در سیتم‌های تعاملی می‌پردازد و یک الگوریتم تقریبی (approximation algorithm) برای حداکثر کردن حوزه تاثیر یک رفتار در این مدل‌ها ارائه می‌دهد که اثبات آن بر اساس مفاهیم

توابع سابمادولار (submodular function) [۴] می‌باشد. الگوریتم تقریبی AL با فاکتور α برای مسئله‌ی بیشینه سازی A الگوریتمی چندجمله‌ای است که به جواب دقیق و بهینه (OPT) نمی‌رسد. اما پاسخ آن حداقل αOPT است. در این مقاله نتایج پیاده‌سازی و اجرای الگوریتم بر روی مجموعه‌ای از داده‌ها ارائه شده که نشان دهنده‌ی برتری الگوریتم ارائه شده نسبت به توابع اکتشافی معمول در این حوزه (انتخاب راس‌ها با بیشترین درجه یا راس‌های مرکزی) می‌باشد.

در دو مدل بحث شده در این مقاله، برای هر مشتری بلقوه راسی در شبکه در نظر می‌گیریم و تاثیر افراد بر یکدیگر را به صورت یالی جهت‌دار بین آن‌ها نشان می‌دهیم. هر راس نیز در این شبکه دو حالت دارد، فعال و غیرفعال، در این دو مدل هدف اصلی مدلسازی چنین رفتاری است: در ابتدا راس ν غیر فعال است، با گذشت زمان تعداد همسایه‌های فعال آن افزایش می‌یابد، سرانجام آن راس تحت تاثیر همسایه‌های فعالش به احتمال خوبی فعال می‌شود و روی همسایه‌های غیرفعال خود اثر می‌گذارد. توضیحات این دو مدل اختصارا به شرح زیر است:

۱. مدل خطی حد آستانه (Linear Threshold Model): در این مدل برای هر راس در شبکه یک آستانه در نظر می‌گیریم. تاثیر هر راس بر راس‌های همسایه با در نظر گرفتن یک وزن $b_{\nu,\omega}$ برای یال بین آن‌ها مشخص می‌شود. در این مدل هنگامی که مجموع تاثیر همسایه‌ها یک راس از آستانه‌اش بیشتر می‌شود، حالت آن از غیرفعال به فعال تغییر می‌یابد.

$$\sum_{\omega \text{همسایه} \nu \text{است}} b_{\nu,\omega} \geq \theta_\nu$$

۲. مدل انتشار مستقل (Independent Cascade Model): در این مدل به هر یال شبکه یک احتمال $p_{\omega,\nu}$ نسبت می‌دهیم. هرگاه راسی فعال می‌شود به احتمالی که بر روی یال آن با همسایه‌اش آمده می‌تواند راس همسایه را فعال کند، این تلاش تنها یکبار صورت می‌گیرد و اگر با یکبار تلاش راس همسایه فعال نشود، دیگر آن راس تاثیری در فعال شدن راس همسایه‌اش ندارد (راس‌ها مستقلا برای فعال کردن دیگران تلاش می‌کنند).

۱.۲ الگوریتم

الگوریتمی که در [۳] برای این مدل ارائه‌شده، راه‌حل ساده‌ی حریصانه برای این مسئله است، به این صورت که در K مرحله، راسی که بیشترین تاثیر را بر راس‌های غیر فعال در شبکه دارد را انتخاب می‌کنیم. دست‌آورد اصلی در [۳] اثبات فاکتور تقریب $۱-\frac{۱}{e}-\epsilon$ برای الگوریتم حریصانه است که این اثبات را هم در چارچوب مفاهیم توابع سابمادولار انجام داده‌است. تابع $f : ۲^V \to \mathbb{R}^+$ تعریف شده بر روی زیرمجموعه‌های یک مجموعه‌ی متناهی مرجع سابمادولار است اگر وفقط اگر به ازای هر زیرمجموعه‌ی S و T که $S \subset T$ داشته‌باشیم:

$$\forall_{\nu \in V} f(S \cup \{\nu\}) - f(S) \geq f(T \cup \{\nu\}) - f(T)$$

تعریف دیگری از توابع سابمادولار معادل تعریف اول ارائه شده‌است که از لحاظ فهم معنایی از آن ضعیف‌تر می‌باشد. مزیت آن در توانایی بیان است:

$$f(S) + f(T) \geq f(S \cup T) + f(S \cap T)$$

توابع سابمادولار ویژگی‌های جالب توجهی دارند، از جمله ویژگی‌هایی که در [۳] استفاده شده است این است:

بیشینه کردن مقدار یک تابع سابمادولار یک‌نوا و نامنفی برای زیرمجموعه‌های k عضوی انپی‌تمام (NP-Complete) است. (برای اثبات می‌توان نشان داد که مسئله‌ی پوشش راسی (set cover) نمونه‌ی کاهش داده‌شده‌ی این مسئله است) اما در مقاله‌ی [۱۳و۱۱] نشان داده شده است که الگوریتم حریصانه برای این مسئله با تقریب $\frac{۱}{e} - ۱$ جواب می‌دهد.

قضیه ۱. [۱۴و۱۵] *برای تابع سابمادولار یکنوا و نامنفی f، مجموعه‌ی k عضوی S را این گونه تعریف می‌کنیم: در k مرحله عضوی که بیشتر از بقیه مقدار f را زیاد می‌کند را به S اضافه می‌کنیم. ثابت می‌شود که اگر S^* مجموعه‌ای k عضوی باشد که مقدار f را بیشینه می‌کند، برای $f(S)$ داریم:*

$$f(S) \geq (۱ - \frac{۱}{e}).f(S^*)$$

برای استفاده از این چارچوب در مسئله مطرح شده تابع $\sigma(A)$ به این صورت تعریف می‌شود: اگر مجموعه‌ی اولیه از راس‌ها در دو مدل تعریف شده A باشد، تعداد نهایی راس‌های فعال در شبکه $\sigma(A)$ است [۳]. حال برای اثبات فاکتور تقریب $\frac{۱}{e} - ۱$ کافیست ثابت شود که تابع $\sigma(A)$ سابمادولار است. این خاصیت برای مدل انتشار مستقل به صورت جداگانه اثبات شده‌است.

قضیه ۲. [۳] *برای هر نمونه از مدل انتشار مستقل، تابع $\sigma(.)$ سابمادولار است.*

قضیه ۳. [۳] *بیشینه کردن رفتار در مدل انتشار مستقل ان‌پی‌تمام است.*

ولی درباره‌ی مدل خطی آستانه، با اثبات معادل بودن آن با مدل انتشار مستقل این خاصیت برای تابع $\sigma(A)$ اثبات شده‌است.

قضیه ۴. [۳] *برای هر نمونه از مدل خطی آستانه، تابع $\sigma(.)$ سابمادولار است.*

قضیه ۵. [۳] *برای هر مجموعه‌ی اولیه A مدل خطی آستانه معادل مدل انتشار مستقل با تعریف زیر است.*
به ازای هر راس، یکی از یال‌های ورودی به احتمال $b_{\nu,\omega}$ انتخاب می‌شود و احتمال ۱ به آن اختصاص می‌یابد و یا به احتمال $1-\sum_{\omega} b_{\omega,\nu}$ یالی انتخاب نمی‌شود.

قضیه ۶. [۳] *مسئله بیشینه‌سازی رفتار در مدل خطی حد آستانه ان‌پی‌تمام است.*

۳ تعیین قیمت خصوصی و فروشندگی دوره‌گرد

در این مدل تعدادی خریدار داریم که روی همدیگر تاثیر می‌گذارند. قصد داریم ترتیبی از آن‌ها را مشخص کرده و طبق آن ترتیب به آن‌ها مراجعه کنیم (به این ترتیب که به صورت یک جایگشت مشخص می‌شود ، استراتژی فروش می‌گوییم) به هر کسی که مراجعه می‌کنیم یک قیمت ارائه می‌دهیم که این قیمت وابسته به شهودی است که نسبت به تابع ارزش آن شخص داریم. معمولا فرض می‌کنیم تابع توزیع احتمال تجمعی مقدار تابع ارزش را به ازای هر i و هر S می‌دانیم ($F_{i,S}$). هدف این است که ترتیب بهینه و همچنین دنباله‌ی قیمت‌های متناظر با آن را بیابیم به نحوی که بیشترین تعداد از خریداران حاضر به خرید از ما شوند. به عنوان یک مثال بدیهی حالتی را درنظر بگیرید که فقط دو خریدار داریم: الف و ب. ب روی الف تاثیر ∞ واحد دارد. مقدار تابع ارزش در لحظه‌ی صفر که هیچ کس خرید نکرده است برای الف و ب صفر است. اگر ابتدا کالا را به الف معرفی کنیم سود ما صفر می‌شود زیرا به ازای هیچ قیمتی حاضر به خرید نمی‌شوند. ولی اگر ابتدا به ب پیشنهاد کنیم و کالا را مجانی به وی دهیم، روی الف به اندازه‌ی ∞ تاثیر می‌گذارد و از آن به بعد تابع ارزش آن ∞ می‌شود و به ازای هر قیمتی حاضر به خرید می‌شود.

در [۱] به نقل از [۱۳] بر حسب تابع توزیع احتمال و تابع ارزش یک قیمت کوته‌نظرانه ارائه می‌دهد. می‌دانیم هنگامی که فروشنده قیمت p را ارائه می‌دهد احتمال اینکه توسط خریداری با توزیع احتمال تجمعی تابع ارزش $F(p)$ خریداری شود برابر است با $1-F(p)$ است. پس سود ما برابر با $p(1-F(p))$ است. قیمت کوته‌نظرانه را برابر با p^* در نظر می‌گیریم که $p^*(1-F(p^*))$ در آن بیشینه شود.

تابع $R_i(S)$ را میزان سودی تعریف می‌کنیم که بازیکن iام می‌تواند با قیمت‌های کوته نظرانه به دست آورد اگر مجموعه‌ی S از انسان‌ها کالای مورد نظر را خریده‌باشند.

در [۱] این مسئله برای حالتی که تاثیرات خریداران روی همدیگر مثبت است و همچنین در نظر گرفتن فرض‌های دیگری مانند سابمادولار بودن یا سرعت رشد هازارد مثبت (monotone hazard rate) برای تابع ارزش بازیکنان ($\nu_i(S)$) یا تابع سود ($R_i(S)$)، در پیکربندی‌های (setting) مختلف بررسی شده‌است. سرعت رشد هازارد مثبت ویژگی‌ای است که در تئوری حراج‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱۳]. می‌گوییم تابع ν_i دارای سرعت رشد هازارد مثبت است اگر وفقط اگر $h(t)=\frac{f(t)}{1-F(t)}$ صعودی باشد. در این تعریف $f(t)$ تابع چگالی احتمال توزیع ν_i است و $F(t)$ تابع چگالی تجمعی آن می‌باشد. به عبارت دیگر $F(t)$ احتمال کمتر بودن $\nu_i(S)$ از t است. در ادامه به بیان الگوریتم‌ها و استراتژی‌های قیمت خصوصی بیان‌شده می‌پردازیم.

۱.۳ استراتژی‌های قیمت خصوصی

مقاله‌ی [۱] تنها مقاله‌ای است که این مدل فروش را بررسی کرده‌است. در ادامه پیکربندی‌های مطرح‌شده در این مقاله و نتایج مربوط به هر پیکربندی را با توجه به فرض‌های مطرح شده بیان می‌کنیم:

۱. پیکربندی متقارن (symmetric setting): در این پیکربندی تابع توزیع تجمعی مربوط به $\nu_i(S)$ فقط بستگی به تعداد اعضای S دارد. یعنی تابع توزیع تجمعی $\nu_i(S)$ را می‌توان به صورت F_k درنظر گرفت که $k=|S|$. در این حالت پیدا کردن استراتژی بهینه فروشندگی دوره‌گرد در زمان چندجمله‌ای امکان‌پذیر است.

قضیه ۷. [۱] *در پیکربندی متقارن، استراتژی بهینه با هر شرایطی در تابع ارزش در زمان چندجمله‌ای قابل محاسبه است.*

روشی که برای محاسبه‌ی استراتژی بهینه برای اثبات این قضیه بیان شده است روشی مبتنی بر برنامه‌سازی پویاست (dynamic programming).

۲. پیکربندی عمومی (general setting): در این پیکربندی هیچ فرضی روی تابع توزیع احتمال و مقادیر توابع ارزش نمی‌شود. در این حالت ثابت شده‌است که پیدا کردن استراتژی بهینه انپی‌تمام است.

قضیه ۸. [۱] *در پیکربندی عمومی پیدا کردن استراتژی بهینه حتی در حالتی که خود مقادیر توابع ارزش داده شده‌باشند (یعنی توابع توزیع احتمال تابع ضربه باشند) انپی‌تمام است.*

۳. پیکربندی ترغیب و استخراج (influence and exploit): در این پیکربندی استراتژی‌های قیمت خصوصی با این خاصیت مورد بررسی قرار می‌گیرند که در آن‌ها ابتدا یک مجموعه‌ی خریداران انتخاب می‌شوند و کالا به صورت مجانی به آن‌ها داده می‌شوند. در مراحل بعد فقط تاثیر این مجموعه را بر خریداران دیگر در نظر گرفته و تاثیر خریداران دیگری که در زمان‌های بعدی اقدام به خرید می‌کنند را نادیده می‌گیریم (چیزی مشابه ایده‌های موجود در قسمت دوم این مقاله). بعد از آن بک جایگشت از خریداران را انتخاب کرده و به هر کدام از آن‌ها یک قیمت متناسب با توزیع احتمال تابع ارزش آن‌ها ارائه می‌دهیم.

در [۱] ابتدا این پیکربندی در حالتی که توابع ارزش از روی یک گراف بدون جهت وزن‌دار به صورت جمعی به دست می‌آید، بررسی شده‌است و یک الگوریتم تقریبی با فاکتور $\frac{1}{2}$ برای آن ارائه شده است. منظور این است که در این حالت یک گراف وزن‌دار بی‌جهت داریم که وزن هر یال مشخص کننده‌ی تاثیر خریداران مربوط آن یال روی هم است (یعنی i روی j و j روی i به اندازه‌ی $\omega_{i,j}$ تاثیر می‌گذارند). در این حالت فرض می‌کنیم $\nu_i(S)$ به صورت یکنواخت (uniform) از بازه‌ی $[0, \sum_{j\in S\cup\{i\}} \omega_{i,j}]$ انتخاب می‌شود.

قضیه ۹. [۱] *در حالتی که توابع ارزش تعریف شده به صورت بالا باشند، مجموعه‌ی A وجود دارد که پیاده‌سازی پیکربندی ترغیب و استخراج توسط آن حداقل به $\frac{1}{2}$ سود بهترین استراتژی فروشندگی دوره‌گرد می‌انجامد.*

با استفاده از ایده‌ی اثبات ۸ یک قضیه‌ی عمومی‌تر در مورد این پیکربندی اثبات شده‌است.

قضیه ۱۰. [۱] *فرض کنید که تابع $R_i(S)$ برای هر $i \in V$ و هر $S \subset V - \{i\}$ صعودی، نامنفی و سابمادولار باشد. همچنین فرض کنید توابع ارزش دارای سرعت رشد هازارد مثبت باشند. در این صورت مجموعه‌ی A وجود دارد که پیاده‌سازی پیکربندی ترغیب و استخراج توسط آن حداقل به $\frac{e}{2e-2}$ سود بهترین استراتژی فروشندگی دوره‌گرد می‌انجامد.*

در [۱] ارتباط بین استراتژی بهینه در پیکربندی ترغیب و استخراج و استراتژی بهینه‌ی فروشندگی دوره‌گرد بیان شده‌است. فرض کنید تابع $g(A) = \sum_{i\in V-A} R_i(A)$ برابر با میزان سودی است که در استراتژی ترغیب و استخراج می‌توان به دست آورد.

قضیه ۱۱. [۱] *یک الگوریتم با زمان چندجمله‌ای وجود دارد که یک مجموعه‌ی A را به نحوی حساب می‌کند که $g(A)$ حداقل $\frac{1}{2}$ از سود بهینه در پیکربندی ترغیب و استخراج باشد.*

الگوریتمی که برای محاسبه‌ی این مجموعه در این مقاله معرفی شده اس‌ت مبتنی بر جستجوی محلی (local search) است. ابتدا یک مجموعه‌ی اولیه در نظر می‌گیریم. در هر گام عضوی را به آن اضافه می‌کنیم یا از آن یک عضو را حذف می‌کنیم به نحوی که مقدار تابع g برای آن $\frac{\epsilon}{n^2}+1$ برابر شد. ثابت می‌شود که تعداد گام‌ها حداکثر $O(\frac{n^2}{\epsilon})$ تاست. اثبات اینکه چرا این الگوریتم مبتنی بر جستجوی محلی به این ضریب تقریب دست پیدا می‌کند با توجه به نتیجه‌ایست که در [۱۶] برای بیشینه‌سازی توابع سابمادولار بدون توجه به صعودی یا نزولی بودن تابع ارائه شده‌است.

قضیه ۱۲. [۱۶] *فرض کنید تابع $g(.)$ یک تابع غیرمنفی سابمادولار است. و فرض کنید M اندازه‌ی ماکزیمم آن است. در این صورت الگوریتم جستجوی محلی که در بالا توضیح دادیم به مجموعه‌ی A می‌انجامد که $g(A) \geq \frac{1}{2}M$.*

برای استفاده از قضیه‌ی ۱۱ ابتدا باید ثابت کنیم که $g(.)$ یک تابع سابمادولار است. این امر در [۱] به طور مستقیم در حالتی که توابع سود صعودی، نامنفی و سابمادولار باشند اثبات گردیده‌است.

قضیه ۱۳. [۱] *اگر تمام توابع R_i برای هر i نامنفی، سابمادولار و صعودی باشند، آنگاه تابع $g(A) = \sum_{i \in V-A} R_i(A)$ نامنفی و سابمادولار خواهد بود.*

۴ تعیین قیمت عمومی و فروشندگی عمده

رفتاری که در [۶] بررسی شده‌است مربوط به قیمت‌گذاری عمومی در شبکه‌های اجتماعی می‌شود. همانطور که اشاره شده در قمیت‌گذاری عمومی یک قیمت به طور عمومی اعلام می‌شود و همه از آن مطلع می‌شوند. افرادی که میزان تابع ارزش آن‌ها (تعریف تابع ارزش خریداران مانند قسمت‌های قبل به صورت تابعی به شکل $\nu_i : 2^V \to \mathbb{R}^+$) در این مقاله با فرض تاثیر افراد بر رفتار یکدیگر سعی شده قیمت (یا مجموعه‌ای از قیمت‌ها) بهینه‌ای برای بدست آوردن حداکثر سود محاسبه گردد.

در مدل قیمت‌گذاری عمومی فروشنده ابتدا قیمت p_t را در زمان t به صورت عمومی در شبکه اعلام می‌کند. هر فرد با توجه به آن نسبت به خرید یا عدم خرید آن اقدام می‌کند. فروشنده در این مدل می‌تواند بعد از به تعادل رسیدن بازار قیمت کالا را تغییر دهد. همانند قسمت‌های قبل یک فرد اقدام به خرید کالا می‌کند اگر مقدار $\nu_i(S) > p_t$ باشد. در این حالت S مجموعه‌ی افرادی است که تا به حال اقدام به خرید کالا کرده‌اند.

فرض کنید در یک زمان در شبکه افراد مجموعه‌ی S کالا را خریداری کردند و قیمت کالا برابر با p باشد. تابع $B^1(S,p)$ را مجموعه‌ی افرادی که کالا را بعد از یک مرحله خریداری کردند تعریف می‌شود. به این ترتیب اگر برای فرد i ارزش کالا را متناسب با شرایط بازار بگیریم، تابع $B^1(S,p)$ را به این گونه تعریف می‌کنیم:

$$B^1(S,p) = \{i \mid \nu_i > p\} \cup S$$

به این ترتیب افرادی که بعد از k مرحله کالا را خریداری کردند به صورت بازگشتی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$B^k(S,p) = B^1(B^{k-1}(S,p),p)$$

این روند تا جایی ادامه می‌یابد که دیگر کسی حاضر به خرید کالا نشود، در این حالت می‌گوییم شبکه به تعادل رسیده و $B(S,p) = B^k(S,p)$ را مجموعه نهایی افرادی که کالا را با قیمت p می‌خرند تعریف می‌شود.

۱.۴ استراتژی‌های قیمت عمومی

مقاله‌ی [۶] تنها مقاله‌ای است که این مدل فروش را بررسی کرده‌است. در ادامه پیکربندی‌های مطرح شده در این مقاله و نتایج مربوط به هر پیکربندی را با توجه به فرض‌های مطرح‌شده بیان می‌کنیم:

۱) پیکربندی Basic(۱) قطعی: در این مسئله فروشنده حق دارد تنها یک بار قیمت اعلام کند و نمی‌تواند آن‌را تغییر دهد. همچنین فرض شده‌است که از مقدار توابع ارزش خریداران به صورت قطعی مطلع هستیم. به این ترتیب مسئله در اینجا این گونه است که قیمت p را به نحوی اعلام کنیم که $p \times B(\emptyset,p)$ بیشینه شود. در این مقاله اعدادی به صورت $\{\beta_1,\ldots,\beta_n\}$ تعریف می‌شود و ثابت می‌شود که قیمت بهینه در مجموعه‌ی $\beta_i = \sup\{p \mid i \in B(\emptyset,p)\}$ قرار دارد. در [۱۷] یک الگوریتم حریصانه برای محاسبه‌ی این اعداد و به دست آوردن قیمت بهینه ارائه شده‌است. این الگوریتم در زمان $O(n^2 \log n)$ کار می‌کند.

۲) پیکربندی Basic(k) قطعی: در این مسئله فروشنده می‌تواند k قیمت در k روز اعلام کند. فرض مسئله این است که در هر روز شبکه به تعادل می‌رسد. به این ترتیب مسئله این‌گونه تعریف می‌شود که k قیمت برای k روز اعلام کنیم که تعداد نهایی خریداران بیشینه گردد. مانند حالت قبلی فرض بر این است که از مقادیر توابع ارزش به صورت قطعی مطلع هستیم. در این پیکربندی هدف پیدا کردن دنباله‌ای از قیمت‌ها به صورت $\{p_i\}_{i=1}^k$ است که $\sum_{i=1}^k p_i \mid S^i - S^{i-1}$ کمینه شود. منظور از S^i مجموعه‌ی خریدارانی است که در روز iام اقدام به خرید می‌کنند و برابر $B(S^{i-1},p_i)$ است. در [۱۷و۶] یک الگوریتم پویا ارائه شده‌است که این دنباله از قیمت‌ها را محاسبه می‌کند. الگوریتم ارائه‌شده در زمان $O(n^2 \log n + n^2 k)$ کار می‌کند.

۳) پیکربندی Basic(۱) غیرقطعی: در واقعیت خیلی بعید است که قبول کنیم فروشنده از مقادیر توابع ارزش مطلع باشد زیرا این مقادیر جزو اطلاعات خصوصی خریداران است. به جای آن فرض می‌شود که توزیع احتمال توابع ارزش را می‌دانیم. این پیکربندی مشابه پیکربندی Basic(۱) است با این تفاوت که برای توابع ارزش مقادیر غیرقطعی و توزیع احتمال فرض می‌شود.

در این پیکربندی متغیرهای X_p و C_p تعریف می‌شوند که به ترتیب تعداد خریداران و میزان سودی است که با اعلام قیمت p بدست می‌آیند. بدیهی است که داریم: $E[C_p] = p \times E[X_p]$. در این حالت به دنبال p_{OPT} هستیم که $E[C_{p_{\text{OPT}}}]$ بیشینه شود.

برای این پیکربندی یک FPTAS ارائه شده‌است. FPTAS گونه‌ای از الگوریتم‌های تقریبی است که به ازای هر $\epsilon > 0$، فاکتور آن می‌تواند $\alpha(1-\epsilon)$ باشد. زمان FPTAS چندجمله‌ای برحسب تعداد ورودی و $\frac{1}{\epsilon}$ است. قضیه‌ی زیر جزییات را مشخص می‌کند:

قضیه ۱۴. [۶و۱۷] *برای هر قیمت داده‌شده‌ی p و هر مقدار $\epsilon > 0$ و مقدار صحیح $m \geq 3$ و $t \geq 1$ یک الگوریتم با زمان اجرای $O(\frac{n^2 t^2 m}{\epsilon^2} \times \log^{\max\{p_i\}}_{1+\epsilon})$ وجود دارد که قیمت p را به نحوی پیدا می‌کند که با احتمال حداقل $1 - \frac{e^m \log^{\max\{p_i\}}_{1+\epsilon}}{t^m}$ خواهیم‌داشت: $E[C_p] = E[C_{OPT} \times \frac{1-\epsilon}{(1+\epsilon)^2}]$.*

۴) پیکربندی Basic(k) غیرقطعی: این پیکربندی مشابه پیکربندی Basic(k) قطعی است که با توابع ارزش غیرقطعی مدلسازی می‌شود. در [۶] و همچنین در [۱۷] برای این پیکربندی نیز یک FPTAS پیدا شده‌است:

قضیه ۱۵. [۶و۱۷] *الگوریتم پویایی وجود دارد که دنباله‌ی بهینه‌ای از قیمت‌ها را به نحوی پیدا می‌کند که سود آن حداقل $\frac{1-\epsilon}{2(1+\epsilon)}$ سود بهینه است. این الگوریتم در زمان اجرای $O(\frac{n^5 \log^{\max\{p_i\}}_{1+\epsilon}}{\epsilon^2} \times (\log\log\max\{p_i\}) + k\log^2(\max\{p_i\}))$ کار می‌کند.*

۵) پیکربندی Rapid(k) : در این پیکربندی فروشنده می‌تواند قیمت کالا را در k روز تعیید کند ولی هنگامی که قیمت در یک روز مشخص شد به بازار اجازه نمی‌دهیم به تعادل برسد و تنها تغییرات همان روز را اعمال می‌کنیم. در حقیقت در این پیکربندی فرض کرده‌ایم تاثیرات مربوط به خرید در یک روز در روز بعدی دیده می‌شود و نه در همان روز. هم در [۶] و هم در [۱۷] ثابت شده‌است که هیچ الگوریتم تقریبی با فاکتور α برای این مسئله وجود ندارد.

قضیه ۱۶. [۶و۱۷] *برای $Rapid(k)$ هیچ الگوریتم تقریبی با فاکتور α به شرط $P \neq NP$ وجود ندارد.*

برای اثبات این قضیه در [۶] و [۱۷] شیوه‌های متفاوتی اتخاذ شده‌است. در [۶] مسئله‌ی مجموعه‌ی مستقل (independent set problem) و در [۱۷] مسئله‌ی جمع زیر مجموعه (subset sum problem) به این مسئله کاهش داده‌شده‌اند.

۵ نتیجه گیری

در این مقاله تاثیر شبکه‌های اجتماعی بر سیاست‌ها، استراتژی‌ها و الگوریتم‌های بازاریابی و فروش بررسی شدند. نتایج کار محققان علوم اقتصادی و علوم رایانه در این امر ارائه شدند. انواع مدلسازی‌ها، پیکربندی‌ها و مسائلی که در این زمینه مطرح شده‌اند بیان گردیدند و شرح مختصری از جزییات آن‌ها مورد مطالعه قرار گرفتند.

مراجع

[1] [1] J.Hartline, V.S.Mirrokni and M.Sundarajan, *Optimal Marketing Strategies over social networks* , In WWW, Pages 189-198, 2008.

[2] M.Katz and C.Shapiro, *Network exernalities, competition and compatibility* , American Economics Review, 75(3):424-40, June 1985.

[3] D.Kempe, J.Kleinberg, and Eva Tardos, *Maximizing the spread of influence through a social network* , In KDD 03, pages 137-146, New York, Ny, USA, 2003, ACM.

[4] [4] E.Mossel and S.Roch, *On the submodularity of influence in social networks* , In STOC'07: Proceedings of the thirty-ninth annual ACM symposium on Theory of computing, pages 128-134, New York, NY, USA, 2007, ACM.

[5] D.Kempe, J.Kleinberg, and Eva Tardos, *Influential nodes in a diffusion model for social networks* , In in ICALP, pages 1127-1138. Springer Verlag, 2005.

[6] H. Akhlaghpour, M. Ghodsi, N. Haghpanah, H. Mahini, A. Nikzad, *Iterative Pricing with Positive Network Externalities* , 5th Workshop on Ad Auctions, Stanford, 2009.

[7] http://www.orgnet.com/sna.html

[8] http://en.wikipedia.org/wiki/Social-network

[9] Carrington, Peter J., John Scott and Stanley Wasserman (Eds.). 2005, *Models and Methods in Social Network Analysis* , New York: Cambridge University Press. ISBN 9780521809597.

[10] V. Krebs, *Uncloaking Terrorist Networks*, FirstMonday, 2001, available at http://firstmonday.org/htbin/ cgiwrap/bin/ojs/index.php/fm/article/view/941/863 .

[11] P.domingos , M.Richardson, *Mining the network value of the customers* , seventh international conference on knowledge discovery and data mining, 2001.

[12] M. Richardson, P. Domingos, *Mining Knowledge-Sharing Sites for Viral Marketing* , Eighth Intl.

[13] R. Myerson, *Optimal auction design* , Mathematics of Operations Research, 6(1):58-73,1981.

[14] G. Nemhauser, L. Wolsey, M. Fisher, *An analysis of the approximations for maximizing submodular set functions* , Mathematical Programming, 14(1978), 265–294.

[15] G. Cornuejols, M. Fisher, G. Nemhauser, *Location of Bank Accounts to Optimize Float* , Management Science, 23(1977).

[16] Uriel Fiege, Vahab S.Mirrokni, and Jan Vondark, *Maximizing non-monotone, submodular functions* , in FOCS'07: Proceeding of the 48th annual IEEE Symposium on Foundations of Computer Science(FOCS'07) pages 461-471, Washington, DC, USA, 2007, IEEE Computer Society.

[۱۷] ح. مهینی *الگوریتمهای نوین در بازارهای الکترونیکی* ، پیشنهاد رسالهی دکتری نرمافزار کامپیوتر، دانشکدهی مهندسی کامپیوتر، دانشگاه صنعتی شریف، مهر ۱۳۸۷.